



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE DEL
PRODOTTO

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

Applicazione del criterio SED per la verifica della resistenza meccanica in giunzioni incollate testa a testa

Relatore: Prof. P. Ferro

Laureando: Stefano Corró
1189573

ANNO ACCADEMICO: 2019-20

INDICE

1	GIUNZIONI ADESIVE STRUTTURALI	1
1.1	Introduzione	1
1.1.1	Generalità sugli incollaggi	2
1.2	Classificazione dei giunti strutturali	2
1.2.1	Giunti imbullonati	3
1.2.2	Giunti rivettati	4
1.2.3	Giunti saldati	4
1.3	Vantaggi e svantaggi delle giunzioni adesive	5
1.3.1	Vantaggi economici	5
1.3.2	Vantaggi tecnici	6
1.4	classificazione degli adesivi strutturali-a7	7
1.5	Teorie dell'adesione-a7 a-14	8
1.5.1	Preparazione delle superfici	9
1.6	Configurazioni di giunti incollati	10
1.6.1	Tipi di giunzioni	10
1.6.2	Distribuzione dei carichi	12
1.6.3	Linee guida di design	13
1.7	Tensioni in un giunto	14
1.8	Principali modelli analitici per configurazioni SLJ	14
1.8.1	Modello di Shiu-Chuan Her	16
1.8.2	Modello di Volkersen	18
1.8.3	Modello di Goland e Reissner	19
1.8.4	Modello di Hart-Smith	20
1.8.5	Modello di Ojalvo e Eidinoff	21
1.8.6	Confronto tra modelli analitici	21
1.9	Tipologie di frattura	21
2	CRITERI DI CEDIMENTO IN STATICA	25
2.1	Stress based criteria	25
2.1.1	Average stress criterion	26
2.1.2	Criteri basati sulla tensione massima	26
2.1.3	Criteri basati sulla deformazione massima	27
2.2	Plastic yield criteria	27
2.2.1	Criterio di snervamento di Tresca	27
2.3	Critical stress or strain at a distance over a zone	28
2.4	Limit state criteria	28
2.5	Meccanica della frattura	29
2.5.1	Introduzione	29
2.5.2	Virtual crack closure technique	30
2.5.3	metodo SIF	31
2.6	Stress intensity factor per interfacce bi-materiale aderente-adesivo	31
2.6.1	Introduzione	31

2.6.2	Proprietà di materiale	32
2.6.3	Andamento esponenziale delle tensioni all'apice	33
2.6.4	H-based fracture initiation criterion	36
2.7	Cohesive zone model	36
2.7.1	Formulazione del modello CMZ in statica	37
2.7.2	Legge bilineare	38
2.8	Metodo "Extended finite element" (XFEM)	39
3	COMPORTAMENTO A FATICA DELLE GIUNZIONI INCOLLATE	41
3.1	stress life approach	41
3.1.1	Effetto dei parametri geometrici	41
3.1.2	Influenza del materiale	43
3.1.3	Influenza delle condizioni di carico	43
3.1.4	Importanza del trattamento superficiale e di curing	44
3.2	Nucleazione della cricca	44
3.2.1	Approccio SIF per la previsione della vita in fase di nucleazione	45
3.2.2	Monitoraggio dell'inizializzazione della cricca	45
3.3	Propagazione della cricca	46
3.3.1	Modelli di propagazione della cricca	47
4	APPROCCIO SED PER LA VERIFICA DELLA RESISTENZA MECCANICA DELLE GIUNZIONI INCOLLATE	49
4.1	Introduzione al metodo e ipotesi di procedura	49
4.2	Calcolo della strain energy density	51
4.2.1	SED mediata su volume di controllo	52
4.3	Risultati sperimentali ottenuti per giunti testa a testa	53
4.3.1	Geometria dei giunti	54
4.3.2	Risultati di Y. Suzuki	55
4.4	Modelli FEM per giunti testa a testa	56
4.4.1	Scelta degli spessori del layer adesivo	56
4.4.2	Scelta elemento e materiale	57
4.4.3	Costruzione della geometria	57
4.4.4	Mesh	58
4.4.5	Condizioni di vincolo e di carico	59
4.4.6	Soluzione e acquisizione dei profili tensionali	60
4.5	Elaborazione dei dati raccolti	63
4.5.1	Grado di singolarità	64
4.5.2	Determinazione dei fattori di intensificazione delle tensioni	68
4.5.3	Calcolo delle funzioni angolari	69
4.6	Utilizzo dei SIF come criterio di cedimento	70
4.7	Calcolo del raggio critico	73

4.7.1	Calcolo dell'integrale delle funzioni angolari	73
4.7.2	Raggio critico per SED mediata su volume di controllo	74
4.8	Confronto tra soluzione analitica e numerica	75
4.8.1	Modelli FEM per il calcolo della strain energy density	76
4.9	Influenza dello smusso	77
4.10	Conclusioni e possibili sviluppi futuri	79
A	TABELLE RISULTATI	81
A.1	Tabelle dei profili tensionali acquisiti per i vari spessori	81
B	BIBLIOGRAFIA	105

GIUNZIONI ADESIVE STRUTTURALI

1.1 INTRODUZIONE

L'impiego di adesivi strutturali in ambito industriale viene sempre più spesso preso in considerazione, in sostituzione ai più classici metodi di giunzione quali la bullonatura, la rivettatura e la saldatura.

Nel caso in cui sia possibile utilizzare giunzioni di questo tipo i vantaggi sono molteplici e di natura sia economica (abbattimento dei costi e dei tempi) che tecnica (minor peso, migliore uniformità delle tensioni nello strato adesivo e miglior trasferimento dei carichi tra le parti a contatto evitando eccessive concentrazioni di tensione in zone localizzate).

L'interesse nei confronti di questa tecnologia comporta l'esigenza di fornire validi criteri di progettazione che possano essere utilizzati in ambito industriale per progettare in sicurezza, sia nel caso in cui le sollecitazioni siano di natura statica che dinamica.

Attualmente non esiste una procedura universalmente accettata per la previsione della resistenza statica e a fatica di questo tipo di giunzioni, dunque un primo obiettivo della tesi è quello di analizzare in modo critico i vari modelli presenti in letteratura individuando i più affidabili.

Una particolare attenzione verrà dedicata ai criteri che fanno uso della meccanica della frattura, i quali saranno poi inevitabilmente ripresi nel capitolo dedicato al criterio Strain Energy Density applicato agli adesivi strutturali.

La tesi è così strutturata: nel primo capitolo verranno discussi pregi e difetti degli adesivi strutturali facendo un confronto con gli altri tipi di collegamento meccanico, inoltre tratterà le varie configurazioni di giunti, i tipi di sollecitazione e i modelli analitici per determinare il profilo tensionale all'interno dello strato di adesivo.

Nel secondo e terzo capitolo verranno discussi e analizzati i modelli di previsione di resistenza rispettivamente statica e a fatica presenti in letteratura, individuando i più validi per una corretta progettazione.

Il quarto capitolo può essere considerato quello più importante: in esso sono presentate le analisi FEM condotte al fine di determinare il profilo tensionale al variare della geometria per giunti testa a testa e sarà presentato anche il metodo SED per questa particolare applicazione.

1.1.1 Generalità sugli incollaggi

L'incollaggio è il processo tecnologico di unione dei materiali per mezzo dell'interposizione di un adesivo. Quest'ultimo è, secondo le normative ASTM, "una sostanza in grado di tenere assieme i materiali in maniera funzionale tramite l'adesione superficiale" [1].

Gli incollaggi sono di tipo strutturale o non, ma in questa tesi vengono considerati solo quelli di tipo strutturale, che fanno generalmente uso di resine epossidiche come tipologia di adesivo.

L'impiego di colle come elemento di fissaggio ha una storia millenaria: venivano già utilizzate nell'antico Egitto per la costruzione di mobili e di strumenti musicali in legno; nel settore dei trasporti invece questa tecnica è stata inizialmente adoperata in ambito aeronautico a partire dagli anni '40.

Attualmente questo tipo di tecnologia è principalmente presente in automotive e in aeronautica, in quanto garantisce contemporaneamente collegamento strutturale, aerodinamicità, minor peso, smorzamento dinamico delle vibrazioni e isolamento elettrico e termico [2].

Nonostante questo l'impiego degli adesivi (soprattutto resine epossidiche) sta prendendo sempre più piede anche all'interno di altri ambienti industriali, principalmente per il basso costo ma anche per motivi legati alla facilità di applicazione, al fatto che non comporta deformazioni delle parti collegate e alla possibile funzione di sigillante. Inoltre se da una parte per collegamenti tra metalli è possibile fare una valutazione del miglior tipo di giunzione da adottare per una applicazione, dall'altra per collegamenti che coinvolgono almeno un aderente in materiale composito la scelta dell'incollaggio è praticamente obbligata.

Infatti in questo caso le forature che andrebbero eseguite sui substrati per l'inserimento degli elementi di fissaggio comporterebbero l'interruzione delle fibre con conseguente concentrazione degli sforzi.

Le potenzialità degli incollaggi possono essere pienamente sfruttate solo rispettando alcuni aspetti importanti quali il meccanismo di adesione, la preparazione delle superfici, la sensibilità al condizionamento ambientale (temperatura e contatto con particolari chimici) e la scelta delle modalità di controllo non distruttivo per verificarne qualità e stato di deterioramento.

Pregi e difetti delle giunzioni incollate verranno comunque discussi più nel dettaglio nei successivi paragrafi.

1.2 CLASSIFICAZIONE DEI GIUNTI STRUTTURALI

Un giunto meccanico è un collegamento secondo il quale risulta possibile unire due o più elementi allo scopo di formare un'unica struttura, consentendo inoltre il trasferimento di un carico da una parte all'altra di essa.

L'utilizzo del giunto comporta una serie di accorgimenti e limitazioni a seconda della tecnica impiegata: in alcuni casi risulta impossibile l'unione tra materiali completamente differenti, come ad esempio quello tra una plastica e un acciaio.

Le tipologie di giunti maggiormente presenti in tecnica possono essere ricondotte a tre classi principali [3]:

- *bolted/riveted* (imbullonati/rivettati).
- *welded* (saldati)
- *bonded* (incollati)

Per una classificazione più estesa delle tecniche di giunzione è possibile fare riferimento allo schema che segue (in figura 1):



Figura 1: Classificazione estesa delle tecniche di giunzione.

Al giorno d'oggi le giunzioni tra materiali compositi stanno acquisendo sempre maggiore attenzione, specialmente in campo automobilistico e nel settore dei trasporti più in generale.

A questo punto nasce il bisogno di capire qual'è la tecnica di unione più adatta tra materiali di questo tipo. Per quanto concerne i giunti imbullonati bisogna notare che l'introduzione di fori altera la struttura tranciando il rinforzo fibroso presente, e un discorso del tutto analogo lo si può fare per i giunti rivettati. Tale problema viene superato avvalendosi dell'impiego di giunzioni incollate.

1.2.1 Giunti imbullonati

I giunti imbullonati vengono utilizzati per collegare tra loro elementi in materiale metallico, consentendo un rapido montaggio e smontaggio delle parti.

Per quanto concerne la resistenza di giunzioni di questo tipo, vengono

attuare 5 verifiche: geometriche, resistenza e funzionalità del bullone, resistenza e funzionalità della lamiera.

Purtroppo l'utilizzo di questa tecnica comporta l'introduzione di fori delle parti a contatto. L'applicazione di un carico genera nelle zone più adiacenti ai fori una concentrazione delle tensioni e dunque, per evitare il danneggiamento della struttura, è necessario limitare il carico applicabile massimo stesso.

1.2.2 Giunti rivettati

I giunti rivettati vengono utilizzati per unire lamiere metalliche; l'elemento di fissaggio è il rivetto, il quale subisce solo sforzi di taglio. Una volta inserito nel foro, la "testa primaria" va in battuta contro una superficie mentre la controtesta viene generata per deformazione plastica della parte più spessa, per mezzo di un utensile chiamato "rivettatrice" (figura 2):

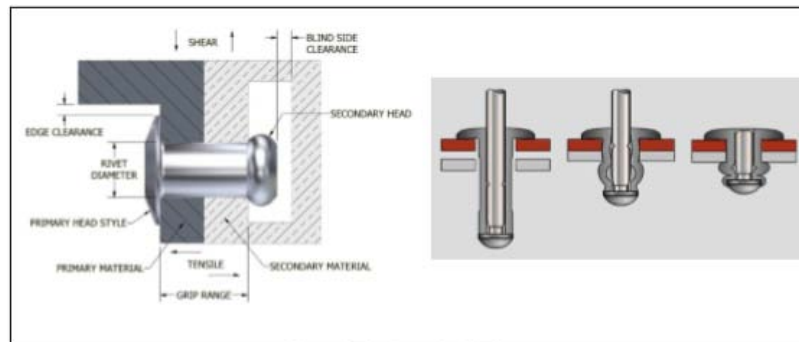


Figura 2: Rivetto a sinistra e processo di ribaditura a destra.

I fori in cui inserire il rivetto devono essere di diametro maggiore del diametro del gambo del rivetto non deformato, quest'ultimo poi si espanderà fino a riempire tutto il foro durante la formazione della controtesta.

Come per i giunti imbullonati, anche quelli rivettati comportano concentrazione delle tensioni in prossimità dei fori.

1.2.3 Giunti saldati

I giunti saldati utilizzano materiale da apporto per realizzare collegamenti non smontabili tra parti in materiale metallico.

Una prima classificazione viene attuata in riferimento alla posizione (del cordone rispetto all'operatore che lo esegue, posizione reciproca tra le lamiere, posizione rispetto al carico).

La normativa distingue due categorie di giunti saldati:

- *Giunti saldati a completa penetrazione*: Il materiale da apporto

riempie tutto l'interspazio esistente tra le lamiere e non ci sono zone in cui i pezzi risultano separati.

- *Giunti saldati a parziale penetrazione (a cordone d'angolo)*: É presente una zona non raggiunta dal materiale da apporto, i pezzi dunque rimangono separati e la zona in cui non avviene la penetrazione costituisce una cricca. Per questa configurazione solo il cordone sopporta il carico e l'area resistente è legata alle dimensioni del cordone stesso.

1.3 VANTAGGI E SVANTAGGI DELLE GIUNZIONI ADESIVE

I vantaggi e svantaggi delle giunzioni adesive possono essere riassunti nella seguente tabella.

Vantaggi	Svantaggi
Minor concentrazione di sforzi dovuta al contatto diretto tra aderenti e miglior distribuzione del carico	La resistenza è dipendente dalle condizioni superficiali degli aderenti
Strutture più leggere	Scarsità di metodi di controllo non distruttivi
Possibilità di unire e sigillare contemporaneamente	Analisi strutturale difficile per applicazioni con geometrie complesse
Possibilità di unire metalli che presentano problemi di corrosione galvanica	Collegamenti non smontabili
Generalmente meno costosi rispetto agli altri giunti	Potrebbero essere più costosi rispetto agli altri giunti
Possibilità di incollare aderenti molto sottili o molto spessi	Il tempo di polimerizzazione può essere molto lungo.
Isolamento elettrico e termico	Condizionamento ambientale (limitata resistenza alle alte temperature e a certi solventi)

(1)

1.3.1 Vantaggi economici

Una percentuale abbastanza consistente dell'industria chimica globale è legata alla produzione di adesivi; i settori che ne fanno maggiormente richiesta sono quello edilizio e dei trasporti. Basti pensare ai 150

m^2 e più di lamiera che compongono la fusoliera di un aereo di linea e che vengono per lo più connessi mediante adesivi strutturali.

È importante dunque fare un confronto in termini di costi tra le principali tecniche di giunzione: Per quanto riguarda le giunzioni saldate il costo medio si aggira intorno ai 100/160 € al metro di cordone di saldatura. Per giunzioni bullonate, o che comunque implicano l'uso di elementi di fissaggio come viti, il costo è quello comprensivo di foratura e maschiatura delle lamiere più il costo della bulloneria.

Le giunzioni adesive sono invece generalmente più economiche, considerando che il costo non dipende molto dall'estensione. Inoltre il prezzo dell'adesivo è relativamente basso, variabile dai 15 ai 40 €/Kg. I tempi di applicazione e preparazione delle superfici sono brevi, tuttavia è necessario aspettare diverse ore affinché il polimero adesivo reticoli del tutto.

1.3.2 Vantaggi tecnici

Il principale vantaggio tecnico riguarda la capacità dei giunti incollati di garantire una distribuzione più uniforme del carico. Quest'ultimo viene trasmesso gradualmente tra gli aderenti attraverso il layer adesivo interposto e l'area di sovrapposizione è chiamata "overlap region". Questo fatto limita la concentrazione delle tensioni in zone localizzate del giunto, rendendole quindi più uniformi nell'area di overlap e incrementando di conseguenza la resistenza statica e a fatica (vedi figura 3). Come sarà chiarito più avanti, in realtà le concentrazioni

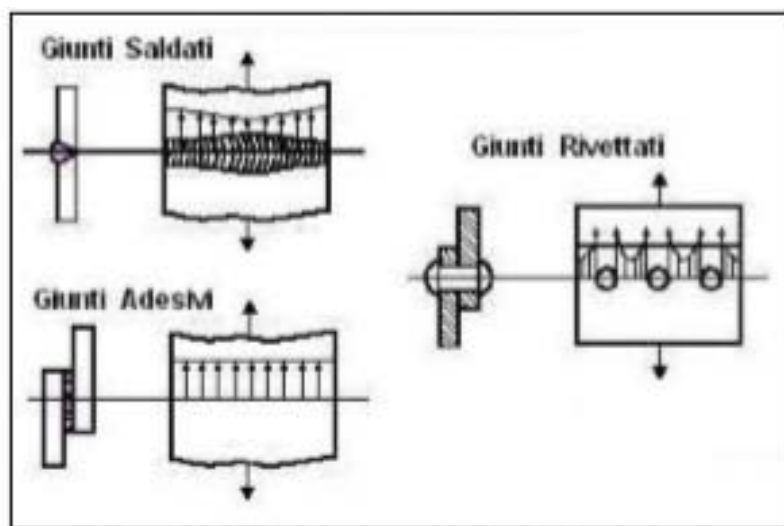


Figura 3: Profili di distribuzione degli sforzi nei giunti.

degli sforzi non sono annullate del tutto, in quanto esistono delle singolarità tensionali all'estremità di sovrapposizione e queste sono ineliminabili.

Ulteriori vantaggi tecnici sono elencati di seguito:

- *Leggerezza delle strutture:* Gli adesivi strutturali vengono normalmente utilizzati per realizzare costruzioni leggere, essendo essi stessi collegamenti relativamente leggeri. Infatti introducono una massa spesso trascurabile nel sistema, e dovuta al solo sottile strato di adesivo ($<0,5$ mm), la cui densità è peraltro bassa ($1 - 1,2$ g/cm³).
- *Funzione di sigillante:* La colla utilizzata può fungere anche da sigillante, di particolare interesse nelle applicazioni in cui è richiesta una protezione dalla penetrazione di liquidi o gas (evitando anche l'esposizione di parti della struttura all'acqua, la quale potrebbe corroderle).
- *Riduzione del rischio di corrosione galvanica:* Il collegamento tra parti metalliche in materiale diverso comporta molto spesso problemi di corrosione elettrolitica. Ad esempio, se si adottano giunzioni che prevedono contatto diretto tra aderenti, bisogna evitare assolutamente di accoppiare l'acciaio a un materiale anodico come l'alluminio.
Lo strato adesivo polimerico permette invece questo tipo di accoppiamenti
- *Isolamento elettrico e termico:* Essendo l'adesivo un materiale polimerico, è di sua natura un isolante elettrico e termico

1.4 CLASSIFICAZIONE DEGLI ADESIVI STRUTTURALI-A7

Gli adesivi possono essere classificati in numerosi modi: composizione chimica, area di utilizzo, con funzione strutturale o no.

I più comuni tipi di adesivi strutturali sono elencati e descritti di seguito:

- *Resine epossidiche:* Possiedono elevata resistenza a taglio (shear strength) e moderata resistenza a pelatura (peel strength). Le resine epossidiche sono i migliori adesivi per quanto concerne la resistenza meccanica a carichi anche relativamente elevati, e per questo vengono maggiormente utilizzate per le funzioni strutturali.
Ne esistono di diverse formulazioni chimiche, più o meno adatte a seconda dell'applicazione (ad esempio per applicazioni che richiedono una flessione abbastanza marcata degli aderenti è conveniente scegliere una resina con deformazione a rottura elevata, anche se normalmente gli epossidici hanno comportamento fragile).
- *Poliuretani:* Possiedono un'eccellente capacità a riempire i gap tra aderenti, hanno buona tenacità e inoltre manifestano ottime proprietà a basse temperature.

Di contro sono molto sensibili alla composizione chimica e diventano tossici quando vengono scaldati.

- *Ciano-acrilati*: Possiedono elevata resistenza a trazione e buona adesione specialmente con metalli. Di contro costano molto e hanno limitata resistenza ai solventi.
- *Anaerobici*: Caratterizzati da un'alta resistenza a numerosi solventi e all'invecchiamento, non sono tossici.
Di contro hanno limitata capacità a riempire i gap tra gli aderenti, bassa resistenza meccanica e non possono reticolare in aria.
- *Elastomeri siliconici*: Alta deformabilità e buona resistenza alle alte temperature.

1.5 TEORIE DELL'ADESIONE-A7 A-14

Un buon contatto molecolare all'interfaccia tra adesivo ed aderenti sta alla base di un legame forte e stabile nel tempo. I meccanismi di adesione possono essere spiegati attraverso le Teorie dell'Adesione, e qui di seguito vengono descritte le principali [1]:

- *Teoria dell'interconnessione meccanica*: Secondo questa teoria l'interconnessione dell'adesivo con le irregolarità superficiali degli aderenti contribuisce al meccanismo intrinseco dell'adesione.
Ciò è permesso a patto che la superficie degli elementi da unire sia trattata meccanicamente o chimicamente per ottenere la corretta topografia. In particolare secondo questa teoria è fondamentale aumentare la rugosità della superficie, in modo tale da estendere la superficie di contatto interfacciale.
Il trattamento della superficie aiuta inoltre a rimuovere ossidi o parti deboli che comprometterebbero la resistenza del giunto.
- *Teoria della diffusione*: Gli adesivi possono manifestare un aumento dell'adesione interfacciale anche grazie al meccanismo della diffusione.
Ciò è vero soprattutto tra adesivi e aderenti polimerici, ma a due condizioni: che le macro-molecole abbiano sufficiente mobilità molecolare e che i due materiali siano reciprocamente solubili (ovvero che posseggano parametri di solubilità δ simili)
È stato dimostrato che anche all'interfaccia tra polimero e metallo avviene un'interdiffusione e che si crea una regione di interfase. Questo effetto tuttavia aumenta l'adesione interfacciale grazie al meccanismo di adsorbimento del polimero piuttosto che all'instaurarsi di un reale fenomeno di diffusione.
- *Teoria elettronica*: Secondo questa teoria il legame tra aderente e adesivo è permesso da forze elettrostatiche, ovvero dall'esistenza all'interfaccia di un doppio strato di carica elettrica, generata dal

trasferimento di alcuni elettroni allo scopo di bilanciare cosiddetti "livelli di Fermi".

Il sistema adesivo/aderente può essere dunque considerato un condensatore, la cui carica è dovuta al contatto tra materiali diversi. La separazione delle armature durante la fase di cedimento del giunto porta a una separazione della carica e ad un aumento della differenza di potenziale, che aumenta fino alla produzione di una scarica.

L'energia E necessaria a separare le superfici può essere espressa come:

$$A_c = (h_c \epsilon_d / 8\pi) (dV_c / dh_c)^2 \quad (2)$$

Con:

h_c distanza di scarica

ϵ_d costante dielettrica

V_c potenziale di scarica alla distanza h_c

Sembra comunque che, per tipiche interfacce aderente/adesivo, le forze elettrostatiche non contribuiscano in maniera dominante all'adesione intrinseca.

- *Teoria dell'adsorbimento*: Si tratta della teoria più accreditata per spiegare il meccanismo dell'adesione all'interfaccia adesivo/aderente.

L'adesione avviene in virtù di forze inter-molecolari e interatomiche che si instaurano tra i 2 materiali a contatto. Le forze più comuni sono quelle di *van der Waals* e i legami ad idrogeno, che sono classificati come legami secondari. Non di rado si osservano però anche fenomeni di chemio-adsorbimento, i quali implicano invece l'instaurarsi di legami primari di tipo ionico, covalente o metallico.

Anche questa teoria considera la topografia della superficie dell'aderente un parametro fondamentale per definire la forza di legame. Una rugosità maggiore infatti aumenta considerevolmente l'area di bagnabilità dell'adesivo e dunque aumenta il numero di legami chimici che si instaurano.

- *Teoria dell'appiccicosità*: Questa teoria afferma che la resistenza di un giunto incollato è tanto maggiore quanto è maggiore la viscosità dell'adesivo, l'area della superficie incollata e quanto minore è lo spessore dell'adesivo.

1.5.1 Preparazione delle superfici

Come scritto in precedenza, al fine di ottenere le massime prestazioni del giunto adesivo è consigliata una fase di trattamento chimico o

meccanico delle superfici degli aderenti. Gli obiettivi principali che si vogliono ottenere sono i seguenti:

- *Rimozione dello strato più superficiale*: È possibile che sulla superficie dell'aderente siano presenti sostanze a basso peso molecolare (ossidi metallici, contaminati, oli, grassi protettivi), che se non rimossi possono influire negativamente sulla resistenza del giunto.
- *Aumento della rugosità*: Al fine di ottenere un maggior contatto interfacciale e una maggior forza di legame.
- *Durevolezza della giunzione*: Alcune superfici devono essere trattate chimicamente con dei primeres allo scopo di creare legami più stabili di quelli di *van der Waals* all'interfaccia. Tali legami consentono al giunto di resistere nel tempo all'attacco dell'umidità ambientale
- *Favorire la reticolazione dell'adesivo*: In alcuni casi è necessario applicare dei primeres sugli aderenti per favorire la polimerizzazione dell'adesivo

Esistono trattamenti specifici per i diversi tipi di aderenti, sia che essi siano metallici, polimerici o in materiale composito, tuttavia non è scopo di questo elaborato descriverli nel dettaglio.

1.6 CONFIGURAZIONI DI GIUNTI INCOLLATI

La morfologia di un giunto è uno dei fattori che determinano la resistenza di un incollaggio, insieme alle proprietà meccaniche dei materiali a contatto, l'efficienza dell'adesione stessa e il tipo di condizione di carico.

Le varie configurazioni che possono essere progettate per la realizzazione di una giunzione adesiva sono descritte nel prossimo sotto-paragrafo [4]:

1.6.1 Tipi di giunzioni

- *giunto a sovrapposizione singola (single lap joint)*: Configurazione di giunto più utilizzata in assoluto nel caso di aderenti sottili, per via dell'ottima combinazione tra semplicità e resistenza meccanica (figura 4).
- *giunto a doppia sovrapposizione (double lap joint)*: Simile al precedente con la possibilità di raggiungere valori di resistenza maggiori (figura 5).
- *giunto a spigolo smussato (scarf joint)*: Utilizzato per aderenti spessi, permette un'eccellente resistenza. Nel caso in cui l'angolo di

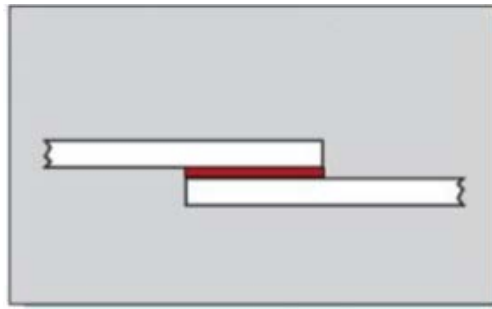


Figura 4: single lap joint.

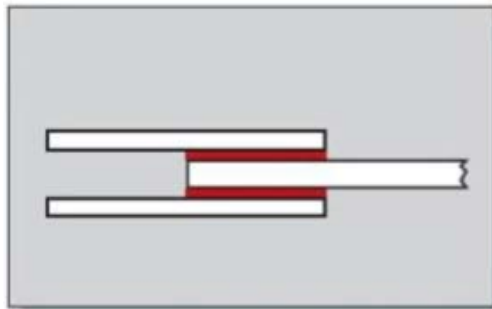


Figura 5: double lap joint.

scarf è di 0° si parla di giunti "butt joint", ovvero testa a testa (figura 6).



Figura 6: scarf joint.

- *giunzione a spallina singola o doppia (single/double strap joint)*: É una combinazione tra un single/double lap joint e una giunzione di testa tra aderenti (figura 22).

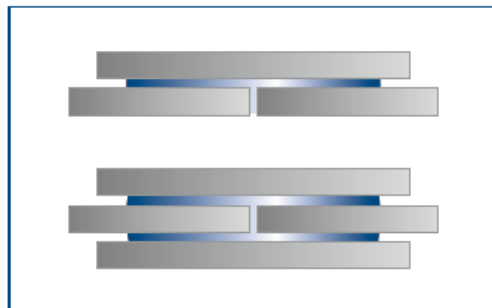


Figura 7: single and double strap joint.

- *giunto cilindrico (cylindrical joint)*: Utilizzato laddove è necessario trasferire carichi torsionali tra elementi tubulari o cilindrici a contatto (figura 8).

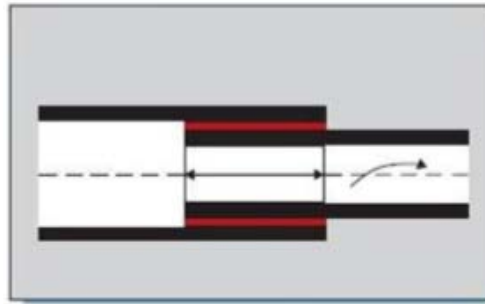


Figura 8: cylindrical joint.

1.6.2 Distribuzione dei carichi

Oltre alla morfologia, anche la distribuzione dei carichi ha una grande importanza sulla resistenza del giunto. Sono 5 i tipi di stress meccanici che un giunto strutturale può subire, elencati di seguito e ordinati dal più favorevole al più critico per quanto riguarda la resistenza [3]:

- *compressione (compressive stress)*
- *tensione di taglio (shear stress)*:
- *trazione (tensile stress)*
- *strappamento (cleavage stress)*
- *pelatura (peel stress)*

I diversi tipi di sollecitazione meccanica sono rappresentati in figura 9. Le sollecitazioni di strappamento e peeling sono pressochè identiche, con la differenza che nella prima entrambi gli aderenti sono rigidi, nella seconda un aderente è flessibile.

Non di rado nella maggior parte delle applicazioni che poi si verificano nella pratica, queste condizioni di carico sono combinate, a causa del disassamento degli aderenti e per gli effetti di flessione.

Questo introduce ulteriori difficoltà nel determinare la resistenza e prevedere l'affidabilità di un giunto. Inoltre bisogna tenere in considerazione che nessuno dei componenti, nè l'adesivo nè gli aderenti sono perfettamente rigidi e che lo spessore dell'adesivo influenza la deformazione sotto carico.

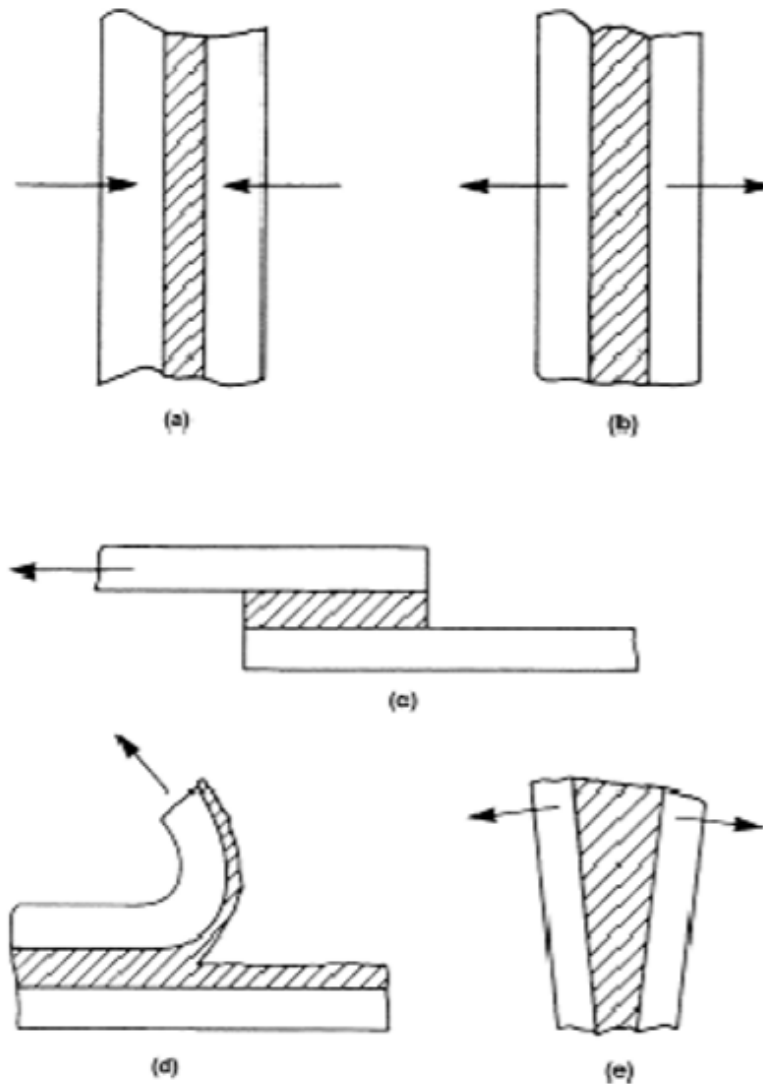


Figura 9: Sollecitazioni di un incollaggio: (a) compressione, (b) trazione, (c) taglio, (d) peeling, (e) strappamento

1.6.3 Linee guida di design

Mettendo in pratica i seguenti accorgimenti nella costruzione del giunto incollato è possibile massimizzare le performance dello stesso [4]:

- *Massimizzare il taglio e minimizzare il peeling/strappamento*: le tensioni provocate da sollecitazioni di peel e di strappamento sono perlopiù localizzate alle estremità dell'area di sovrapposizione e dunque sono più critiche rispetto ad una sollecitazione più uniforme come può essere quella di taglio.
- *Massimizzare la compressione e minimizzare la trazione*: è sperimentalmente provato che le sollecitazioni di compressione sono

molto più facilmente tollerabili dal film adesivo rispetto a quelle di trazione.

- *Rapporto larghezza/lunghezza di sovrapposizione*: A parità di area di sovrapposizione, è preferibile incrementare la larghezza piuttosto che la lunghezza, ciò è dovuto al modo in cui si distribuiscono le tensioni attraverso il layer adesivo.

1.7 TENSIONI IN UN GIUNTO

La necessità di prevedere la resistenza meccanica di un incollaggio genera prima di tutto il bisogno di analizzare la distribuzione delle tensioni all'interno del giunto.

Tale studio può essere fatto avvalendosi di modelli analitici o numerici, utilizzando software di calcolo basati sul metodo degli elementi finiti (FEM). Dei due il modello analitico risulta essere più efficace per una analisi parametrica, permettendo di ottenere agevolmente i risultati al variare del materiale degli aderenti/adesivi e della geometria, modificando delle costanti.

Nei giunti incollati il cedimento può avvenire a causa delle tensioni di taglio (shear stress), dovute allo scorrimento relativo degli aderenti, oppure a causa delle tensioni di peeling, aventi direzione normale alla superficie dell'incollaggio.

In passato diversi studiosi hanno elaborato modelli analitici in grado di fornire una soluzione dell'andamento delle tensioni all'interno del giunto, specialmente nella configurazione SLJ, ovvero la più semplice e rappresentativa. Tutti i modelli concordano sul fatto che le tensioni maggiori sono presenti in prossimità delle 2 zone più estreme di overlap, ed è proprio lì che bisogna focalizzare l'attenzione per determinare se l'applicazione del giunto resisterà o meno al carico applicato, mediante opportuni criteri di cedimento statici e dinamici (capitolo 3).

Nel successivo paragrafo verranno presentati i modelli matematici più importanti che sono stati formulati negli ultimi settanta anni [5]. Tali modelli non prendono tuttavia in considerazione il comportamento non lineare degli adesivi, ma ciò non costituisce una mancanza importante in quanto gli adesivi strutturali (come le resine epossidiche) sono fragili e dunque presentano comportamento pressoché lineare elastico.

1.8 PRINCIPALI MODELLI ANALITICI PER CONFIGURAZIONI SLJ

Il metodo più comune e semplice per il calcolo delle tensioni consiste nel determinare la tensione media di taglio e di trazione agente sulla superficie della zona di sovrapposizione, attraverso le seguenti equa-

zioni rispettivamente:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad \sigma = \frac{F}{A} \quad (3)$$

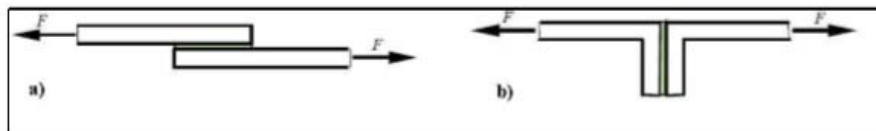


Figura 10: Sollecitazione di taglio e di trazione in un giunto a semplice sovrapposizione

Tale approccio è troppo semplificato e incorretto per prevedere la resistenza dei giunti in quanto non considera assolutamente l'incremento della tensione in prossimità dei bordi della zona di sovrapposizione; lo stato di sollecitazione è infatti molto più complesso, in maniera simile a quanto accade per le saldature.

A differenza di queste ultime però, il polimero dell'adesivo non consente la stessa redistribuzione plastica delle tensioni tipiche di un metallo, in virtù della sua natura fragile e poco plastica.

Oltre ai picchi tensionali presenti alle estremità bisogna tenere in considerazione anche i campi di tensione singolari indotti dalla discontinuità di materiale e geometria tra aderente e adesivo. I modelli che verranno presentati in questo capitolo non le considerano e dunque è come se venissero semplicemente calcolate le tensioni agenti sul piano medio del layer adesivo.

Nel caso in cui si volesse dimensionare un giunto per una applicazione pratica è necessario quindi avvalersi di criteri (energetici o basati sulla meccanica della frattura) che consentano di prevedere il cedimento sulla base delle tensioni singolari. Tali problematiche verranno discusse nei capitoli seguenti.

Senza per ora entrare nel dettaglio delle singolarità tensionali, i picchi di tensione tangenziale alle estremità possono essere spiegati attraverso il seguente esempio (figura 11):

se si ipotizzassero gli aderenti come elementi infinitamente rigidi e

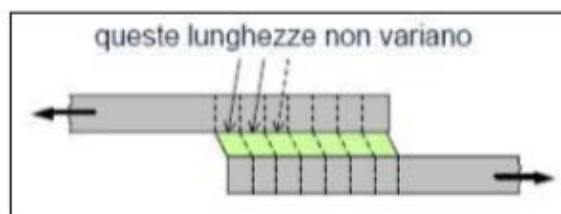


Figura 11: Sollecitazione di taglio e di trazione in un giunto a semplice sovrapposizione

non deformabili, la deformazione sarebbe a carico solo delle "celle"

di adesivo le quali si deformano allo stesso modo e la tensione lungo la lunghezza di sovrapposizione sarebbe costante. In realtà anche gli aderenti deformano longitudinalmente, provocando una maggiore deformazione delle celle adesive, come rappresentato in figura 12.

Il profilo di tensione tangenziale in un giunto SLJ ottenibile dai mo-

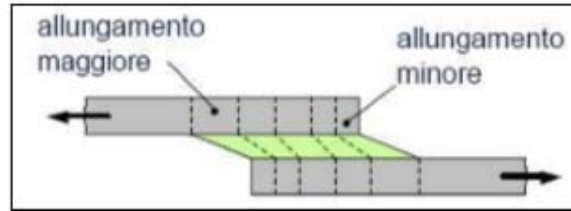


Figura 12: Sollecitazione di taglio e di trazione in un giunto a semplice sovrapposizione

delli analitici o numerici è illustrato nel grafico di figura 13.

È stata nuovamente fatta una semplificazione, ovvero quella di trascu-

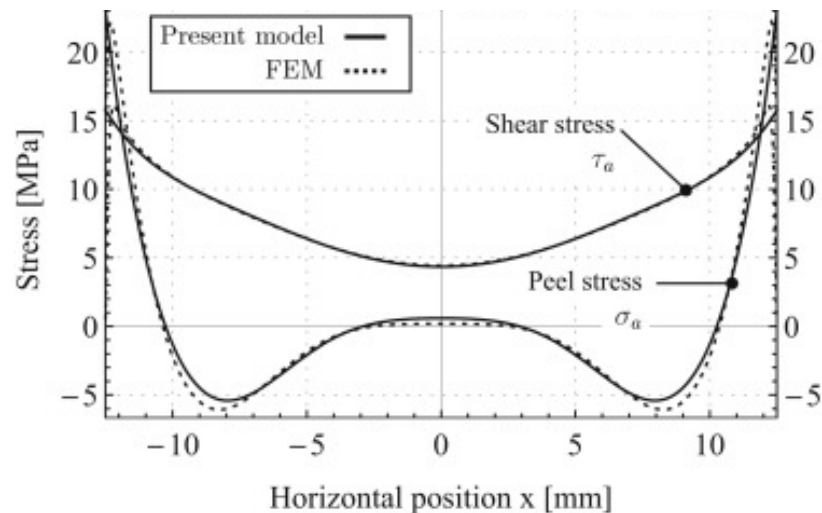


Figura 13: Profilo di tensione di taglio e di peel ottenuto per diversi spessori dello strato di adesivo

rare gli effetti di flessione degli aderenti, i quali introducono tensioni di peeling.

Per completezza nello stesso grafico è rappresentato anche il tipico andamento delle tensioni di peel nel giunto.

1.8.1 Modello di Shiuh-Chuan Her

È il modello più semplice a cui si può fare riferimento per determinare le tensioni di taglio lungo la lunghezza di sovrapposizione per giunti SLJ.

Si tratta di un modello mono-dimensionale basato sulla teoria classica dell'elasticità, preciso nel calcolo degli shear-stress indotti da carichi

da taglio anche se non dà nessuna informazione riguardo alle tensioni normali indotte da quelli di peel.

Il modello geometrico utilizzato è nella configurazione SLJ e tutte le componenti di tensione variano lungo l'asse x (figura 14). Le ipotesi alla base di questo modello sono le seguenti:

- Le sollecitazioni di taglio sono ritenute costanti lungo lo spessore di adesivo.
- Le tensioni longitudinali nei 2 aderenti non variano lungo gli spessori degli aderenti.
- Gli aderenti e l'adesivo sono ritenuti a comportamento elastico lineare
- Sono trascurati i momenti flettenti indotti dall'eccentricità del carico applicato T , in quanto si ipotizza che lo spessore sia sufficientemente piccolo

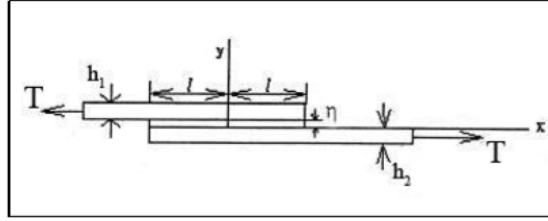


Figura 14: Geometria del giunto SLJ

Lo schema del corpo libero nella zona di overlap è qui di seguito rappresentato:

Dall'equilibrio delle forze per i due aderenti e considerando le pro-

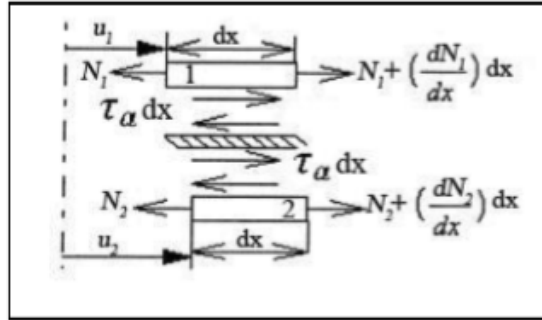


Figura 15: Schema del corpo libero

prietà elastiche dei materiali a contatto, è possibile ricavare la seguente equazione per il calcolo della tensione di taglio lungo la lunghezza di overlap:

$$\tau_a = \frac{P\lambda}{4} \left[\frac{\cosh(\lambda x)}{\sinh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} - \frac{E_2 h_2 - 2E_1 h_1}{(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \frac{\sinh(\lambda x)}{\cosh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} \right] \quad (4)$$

Con:

- P carico applicato alle estremità
- E_1 e E_2 i moduli di Young rispettivamente dell'aderente superiore ed inferiore
- x la distanza dal centro di sovrapposizione
- l la semi-lunghezza di sovrapposizione
- $\lambda = \frac{G_a}{\eta} ((E_2 h_2)^{-1} (E_1 h_1)^{-1})$
- G_a modulo elastico tangenziale dell'adesivo
- η spessore del layer adesivo

L'equazione (4) è in grado di prevedere con buona accuratezza l'andamento delle tensioni di taglio nella zona di sovrapposizione, il profilo è dunque rappresentato nel grafico di figura 16, per vari spessori dello strato di adesivo η .

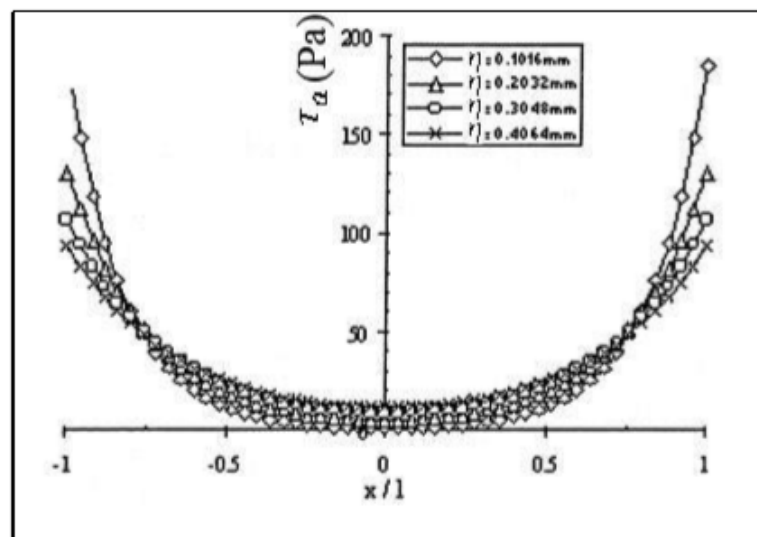


Figura 16: tensione di taglio lungo lo spessore di adesivo (config. SLJ)

1.8.2 Modello di Volkersen

Il modello di Volkersen [5] è molto simile a quello di Shiu-Chuan Her, in quanto non considera l'effetto del momento indotto dall'eccentricità del carico applicato. La geometria in esame è la stessa e di conseguenza non verrà riportata.

A differenza del precedente però sono qui considerati anche l'influenza della larghezza dell'area di overlap e la possibilità di avere aderenti di spessore diverso (ma con stesso materiale). L'equazione delle tensioni

di taglio è dunque la seguente:

$$\tau = \frac{P\omega \cosh(\omega x)}{2b \sinh\left(\frac{\omega 2l}{2}\right)} + \left(\frac{t_t - t_b}{t_t + t_b}\right) \left(\frac{\omega 2l}{2}\right) \frac{\sinh(\omega x)}{\cosh\left(\frac{\omega 2l}{2}\right)} \quad (5)$$

Con:

- t_t e t_b gli spessori degli aderenti superiore ed inferiore
- b larghezza dell'area di overlap
- $\omega = \sqrt{\frac{G_a}{E t_t \eta} \left(1 + \frac{t_t}{t_b}\right)}$

Gli altri termini dell'equazione sono gli stessi del modello di Shiu-Chuan Her.

Dal modello di Volkersen è possibile estrapolare le seguenti considerazioni:

- Per giunti sufficientemente lunghi, si ha indipendenza dalla lunghezza di sovrapposizione
- La tensione aumenta all'aumentare del modulo di elasticità tangenziale dell'adesivo
- La tensione aumenta al diminuire del modulo di Young dell'aderente e degli spessori degli aderenti.

1.8.3 Modello di Goland e Reissner

Il modello di Goland e Reissner [5] è stato il primo modello a prendere in considerazione anche l'effetto di rotazione indotta dall'eccentricità del carico applicato. L'analisi di conseguenza deve necessariamente essere bi-dimensionale, a differenza dei casi precedenti.

Per la risoluzione il problema è stato diviso in 2 parti: la prima riguarda la determinazione dei carichi alle estremità del giunto e la seconda la determinazione degli sforzi dovuti all'applicazione dei carichi. La figura 17 rappresenta le forze e i momenti agenti sul giunto.

A questo punto vengono riportate le equazioni relative all'andamento



Figura 17: Modello di Goland e Reissner

delle tensioni di taglio (tangenziali) e di peel (normali). Per quanto riguarda le prime:

$$\tau = -\frac{1}{8} \frac{P}{l} \left\{ \frac{\beta l}{t} (1 + 3k) \frac{\cosh(\beta l/t)(x/c)}{\sinh(\beta l/t)} + 3(1 - k) \right\} \quad (6)$$

Con:

- $k = \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2} \sinh(u_2 c)}$
- $u_2 = \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{2}} \frac{1}{t} \sqrt{\frac{P}{tE}}$
- $\beta^2 = 8 \frac{G_a}{t_a} \frac{t}{t_a}$

L'andamento delle tensioni di peel è invece rappresentato dalla seguente:

$$\sigma = \frac{1}{\Delta} \frac{\bar{P}t}{c^2} [A + B] \quad (7)$$

Con:

$$A = \left(R_2 \lambda^2 \frac{k}{2} + \lambda k' \cosh(\lambda) \cos(\lambda) \right) \cosh\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \cos\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \quad (8)$$

$$B = \left(R_1 \lambda^2 \frac{k}{2} + \lambda k' \sinh(\lambda) \sin(\lambda) \right) \sinh\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \sin\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \quad (9)$$

Dove:

- $k' = \frac{kc}{t} \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{\bar{P}}{tE}$
- $\lambda = \gamma \frac{c}{t}$
- $\gamma^4 = 6 \frac{E_a}{E} \frac{t}{t_a}$
- $\Delta = \frac{1}{2} (\sin(2\lambda) + \sinh(2\lambda))$
- $R_1 = \cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda)$
- $R_2 = -\cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda)$

1.8.4 Modello di Hart-Smith

Il modello di Hart-Smith [5] è più complesso dei precedenti, in quanto considera anche la plasticizzazione dell'adesivo, il quale viene trattato dunque come materiale elasto-plastico.

Tale modello si presta bene soprattutto per gli adesivi a comportamento duttile, che presentano elevato allungamento a rottura, e perciò non risulta essere necessario nei casi in cui il materiale è fragile (come ad esempio la maggior parte delle resine epossidiche).

Il modello di Hart-Smith è rappresentato in figura 18.

Per semplicità nel modello lo strato adesivo viene diviso in 3 parti, di

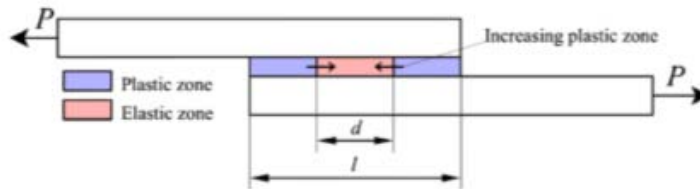


Figura 18: Modello di Hart-Smith

cui la centrale considerata a comportamento perfettamente elastico, quelle laterali a comportamento perfettamente plastico.

L'equazione non viene riportata, il modello è comunque citato al fine di completezza dell'elaborato.

1.8.5 Modello di Ojalvo e Eidinoff

Il modello di Ojalvo e Eidinoff [5] è basato su quello di Goland e Reissner. Gli autori hanno modificato alcuni coefficienti nell'equazione nello shear stress e considerato nuove condizioni al contorno per il calcolo delle tensioni di peel.

La peculiarità del modello consiste nel fatto di esser stato il primo a prevedere la variazione dell'andamento delle tensioni di taglio attraverso tutta la lunghezza dello spessore dell'adesivo.

Anche in questo caso non verrà riportata l'equazione della distribuzione delle tensioni, peraltro molto complessa, non essendo necessaria ai fini dell'elaborato.

1.8.6 Confronto tra modelli analitici

Vengono ora riportati dei grafici rappresentativi della sovrapposizione degli andamenti tensionali di shear stress e di peel ottenuti dagli studi analitici descritti in precedenza. Come si può notare sono essi sono simili, presentando tutti il classico picco in corrispondenza delle estremità della zona sovrapposta. (figure 19 e 20).

1.9 TIPOLOGIE DI FRATTURA

Quando due piastre (substrati) sono legate da un adesivo, abbiamo essenzialmente due tipi di forze in gioco:

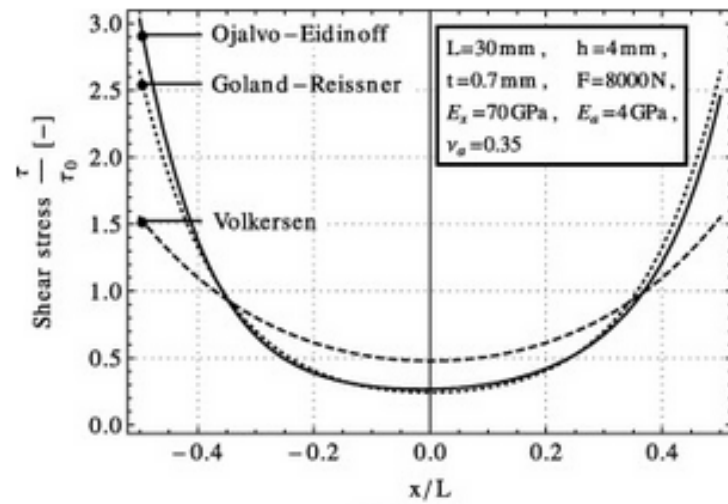


Figura 19: Confronto dell'andamento tensionale di shear per i diversi modelli analitici

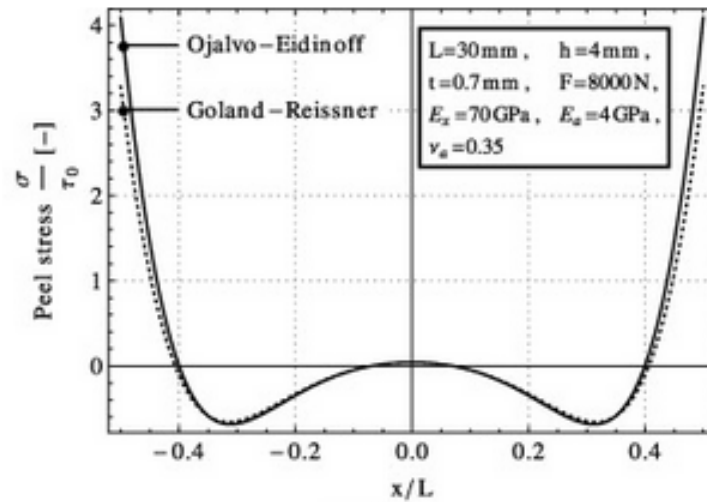


Figura 20: Confronto dell'andamento tensionale di peel per i diversi modelli analitici

- Adesione: è la forza di connessione tra adesivo e substrato. L'adesione mantiene l'adesivo incollato al supporto.
- Coesione: è la forza di connessione all'interno dell'adesivo stesso. Fondamentalmente è la resistenza del materiale adesivo dopo che è stato indurito. La modalità di rottura coesiva è essenzialmente una rottura (dovuta a frattura o cedimento) del materiale adesivo.

Esiste una terza modalità di cedimento, ovvero quella mista: una combinazione tra modalità di frattura coesiva e adesiva.

Se siamo in grado di garantire che non si verifichino le modalità di rottura sia del substrato e sia dell'adesivo, siamo in grado di sfruttare

appieno le proprietà di resistenza adesiva e progettare in sicurezza. I cedimenti di tipo coesivo/adesivo possono avvenire a causa di carichi sia di peel che di shear.

Nella figura 21 sono riassunte le modalità di propagazione della cricca e dunque di frattura tipiche delle giunzioni incollate.

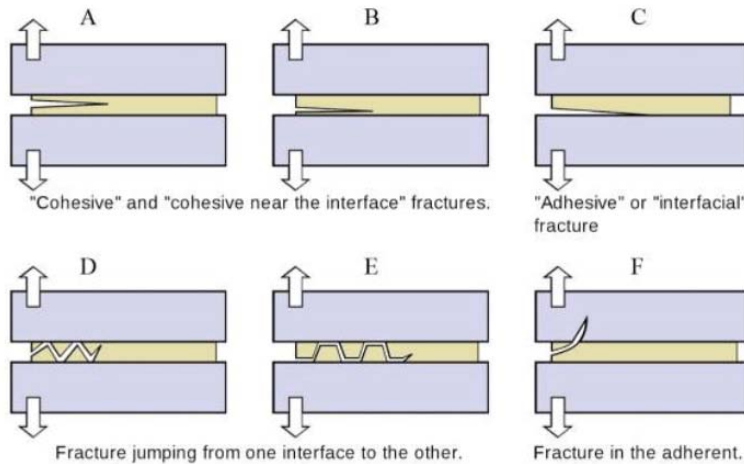


Figura 21: Diverse tipologie di frattura a cui possono andare incontro i giunti incollati

Per giunti nei quali gli aderenti sono molto più rigidi e resistenti dell'adesivo interposto, la separazione è di tipo coesivo/adesivo e dunque a carico della colla. Per quanto concerne il caso specifico di giunti SLJ con substrati in materiale composito, i quali dunque presentano anche proprietà anisotropiche, la modalità di cedimento possono avvenire secondo tutte quelle precedentemente esposte.

Nell'articolo "Composites Science and Technology" redatto da M. Quaresimin e M. Ricotta, è presentato uno studio sulla resistenza di giunzioni adesive con aderenti in composito (fibra di carbonio/resina epossidica) [6]. Durante le prove statiche la frattura il più delle volte iniziava alle estremità della sovrapposizione per poi propagare verso l'interno (figura 22).

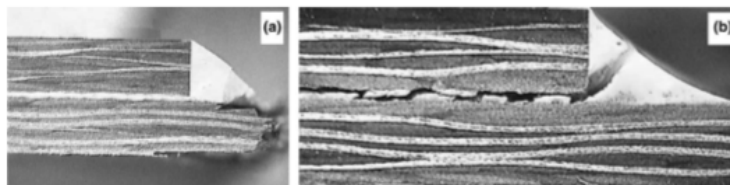


Figura 22: a) Rottura del laminato b) Propagazione della cricca in prossimità dell'adesivo

E' stato inoltre osservato che nella maggior parte dei campioni la propagazione della cricca avveniva all'interno degli aderenti (22 a), mentre solo per i giunti con piccola area di sovrapposizione la propagazione era di tipo coesivo/adesivo.

CRITERI DI CEDIMENTO IN STATICA

La ricerca di un criterio di cedimento valido per gli adesivi strutturali non è compito semplice. Nel corso degli anni ne sono stati proposti molti, ma attualmente non si è ancora giunti ad un consenso globale su quale di essi sia il migliore.

La resistenza infatti può essere determinata sulla base delle tensioni, delle deformazioni, dell'energia, delle proprietà di creep dell'adesivo oppure della meccanica della frattura. Inoltre è importante fare una distinzione in base al tipo di carico applicato, che può essere statico, dinamico o a impatto.

In questo capitolo verranno esposti e messi a confronto i vari criteri di cedimento che sono stati elaborati nel corso degli anni per i giunti incollati sottoposti a carichi statici ([7] e [8]).

Generalmente questi criteri vengono raggruppati nelle seguenti categorie:

- *Stress based criteria*
- *Plastic yield criteria*
- *Limit state criteria*
- *Meccanica della frattura*
- *Damage mechanics criteria (modello CMZ)*

I paragrafi che seguono tratteranno ognuno di questi criteri, evidenziandone pregi e difetti. Infine verranno stabiliti i candidati migliori per un utilizzo pratico in ambito industriale.

2.1 STRESS BASED CRITERIA

Con "stress based criteria" si fa riferimento all'insieme di criteri di cedimento basati sull'intensità delle tensioni presenti in una particolare zona del giunto incollato, qualunque esso sia.

Dall'analisi numerica è tuttavia risaputo che in prossimità delle estremità dell'area di contatto dei 2 materiali, essendo presente una discontinuità geometrica, si generano tensioni singolari tendenti a infinito; dunque nel caso in cui si volesse adottare questi criteri in fase di progettazione è bene esserne consapevoli e sapere come gestire tale problema.

2.1.1 *Average stress criterion*

Questo approccio assume che la resistenza del giunto è uguale al valore medio della tensione normale o di taglio all'interno dello strato adesivo all'istante di rottura dello stesso.

Per una configurazione single lap joint, il valore medio della tensione di taglio è dato dalla seguente:

$$\tau = \frac{P}{bl} \quad (10)$$

In cui P , b e l sono rispettivamente il carico applicato, la larghezza del giunto e la lunghezza di overlap.

Il criterio basato sul valore medio delle tensioni non è in grado di considerare le deformazioni associate all'eccentricità del carico e l'effetto della flessione dei degli aderenti, i quali vengono supposti dotati di rigidità flessionale infinita. Ciò non rispecchia il caso reale, in quanto il giunto SLJ, in seguito all'applicazione del carico alle estremità, presenta sia tensioni di shear e di peel il cui effetto combinato porta a rottura il giunto. Inoltre questo criterio non prende in considerazione la concentrazione degli stress e delle deformazioni che si generano alle estremità della aree di sovrapposizione.

2.1.2 *Criteri basati sulla tensione massima*

Questo approccio è stato largamente utilizzato in ambito industriale, esso confronta il valore massimo della tensione presente nel layer adesivo (normale, principale o di Von Mises) con il valore di tensione nominale di snervamento o rottura del materiale adesivo. Questo approccio permette di considerare anche distribuzioni di tensione non uniformi lungo la lunghezza di sovrapposizione e lungo lo spessore dell'adesivo.

La distribuzione delle tensioni può essere ricavata attraverso un approccio analitico (utilizzando uno dei metodi presentati nel capitolo precedente) oppure attraverso analisi numerica usando un software di analisi a elementi finiti. La scelta del secondo metodo è obbligata nel caso in cui le geometrie sono complesse e non è possibile ottenere una soluzione analitica in forma chiusa.

Tuttavia una limitazione dell'implementazione di questo criterio in una analisi FEA consiste nel fatto che le tensioni massime dipendono dal livello di raffinatezza della mesh in prossimità dell'estremità dell'area di overlap, proprio perché diventano singolari in tali punti. Una soluzione che è stata suggerita per risolvere almeno parzialmente questo problema è quella di modellare elementi la cui dimensione minima in prossimità delle estremità sia $1/3$ dello spessore dell'adesivo e valutare su quegli elementi le tensioni.

Sono 3 le tensioni massime a cui si può fare riferimento:

- Tensione massima principale

- Tensione massima di Von Mises
- Tensione massima di peel

2.1.3 Criteri basati sulla deformazione massima

In accordo con l'analisi di Hart-Smith, la tensione massima in giunti SLJ dipende prevalentemente dalla deformazione del polimero dell'adesivo. Il criterio di cedimento basato sulla deformazione massima è ad oggi molto utilizzato nell'industria aerospaziale per prevedere la resistenza massima in giunti con aderenti metallici e in composito.

2.2 PLASTIC YIELD CRITERIA

Nel caso in cui il materiale dell'adesivo non possa essere considerato a comportamento perfettamente lineare elastico (ovvero privo di deformazione plastica), è non è possibile stabilire la resistenza su uno dei criteri descritti in precedenza. Questo è il caso dei polimeri che manifestano larghe deformazioni plastiche prima di arrivare a rottura (siliconi, blend di epossidici e gomme).

Un numero piuttosto elevato di criteri teorici sono stati elaborati per descrivere lo snervamento dei polimeri soggetti a componenti multi-assiali di tensione. Questi includono il criterio di Tresca, di Von Mises e il modello di plasticità di Drucker Prager.

2.2.1 Criterio di snervamento di Tresca

Questo criterio fu in origine elaborato per descrivere il comportamento allo snervamento dei metalli. Tresca propose che lo snervamento avviene quando la τ di taglio raggiunge un valore critico nel materiale. Nel caso in cui le componenti di tensione principali nelle 3 direzioni ortogonali sono $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, allora τ è calcolata come:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (11)$$

Dove σ_1 e σ_3 sono rispettivamente la massima e la minima tensione principale.

Ovviamente nel caso di tensione singola mono-direzionale la precedente equazione si riduce a:

$$\tau = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \quad (12)$$

Dove σ_y è la tensione di snervamento.

Il criterio di Tresca non è tuttavia in grado di rappresentare correttamente il comportamento degli adesivi tenacizzati con gomme, in quanto lo snervamento in questi materiali è sensibile dalla pressione

idrostatica. Per ovviare a questo problema è stato elaborato un criterio di Tresca modificato che la tiene in considerazione:

$$\tau = \frac{\sigma_1}{2} + p\mu \quad (13)$$

Dove μ è il coefficiente di sensibilità alla pressione dell'adesivo e p la pressione idrostatica.

p è espresso in termini di tensioni triassiali $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (14)$$

2.3 CRITICAL STRESS OR STRAIN AT A DISTANCE OVER A ZONE

Questo tipo di criterio è stato adottato per risolvere il problema della dipendenza delle tensioni dal grado di raffinatezza della mesh, specialmente in prossimità del punto di singolarità tensionale.

X. Zhao e collaboratori elaborarono un criterio di cedimento basato sul valore di tensione media pesata valutata lungo lo spessore dello strato di adesivo, la quale deve essere confrontata col valore massimo di tensione di snervamento del solo adesivo.

J. Clarke e I. McGrigor ipotizzarono che il cedimento avvenga quando la tensione principale massima eccede la tensione di rottura (UTS) dell'adesivo in ogni punto compreso all'interno di una zona finita intorno al punto di singolarità. I ricercatori applicarono il criterio a 3 diverse geometrie di giunti (SLJ, double strap e T-peel joins) e dimostrarono che tale zona non era dipendente dalla geometria del giunto.

Il criterio basato sulla deformazione critica a una certa distanza dall'apice fu invece utilizzato da Towse e collaboratori in giunti DLJ. Essi si avvalsero di un'analisi non lineare che prendesse in considerazione l'effetto delle tensioni residue dovute ai precedenti stress termici in fase di trattamento dell'incollaggio. Attraverso questo metodo fu possibile prevedere il cedimento basandosi sulla deformazione presente a una certa distanza dall'apice. Questa distanza caratteristica è stata ricavata attraverso prove sperimentali.

Il problema di questo approccio consiste nel fatto che diventa inutilizzabile al fine di prevedere la resistenza in giunti i cui materiali a contatto non sono stati caratterizzati nelle precedenti prove sperimentali.

2.4 LIMIT STATE CRITERIA

Questo tipo di criterio è stato introdotto originariamente da A. Crocombe e collaboratori. E' basato sul modello analitico di Hart-Smith e afferma che il cedimento in un giunto avviene nell'istante in cui tutto l'adesivo della zona di overlap supera la tensione di snervamento. In altre parole il cedimento avviene quando tutto l'adesivo inizia a

deformare plasticamente.

In figura 23 è possibile osservare come, al crescere del carico applicato, l'andamento delle tensioni di taglio si sposta sempre più in alto e aumenta sempre più anche la zona di plasticizzazione alle estremità delle zone di sovrapposizione. Per mezzo del "limit state criteria", e in

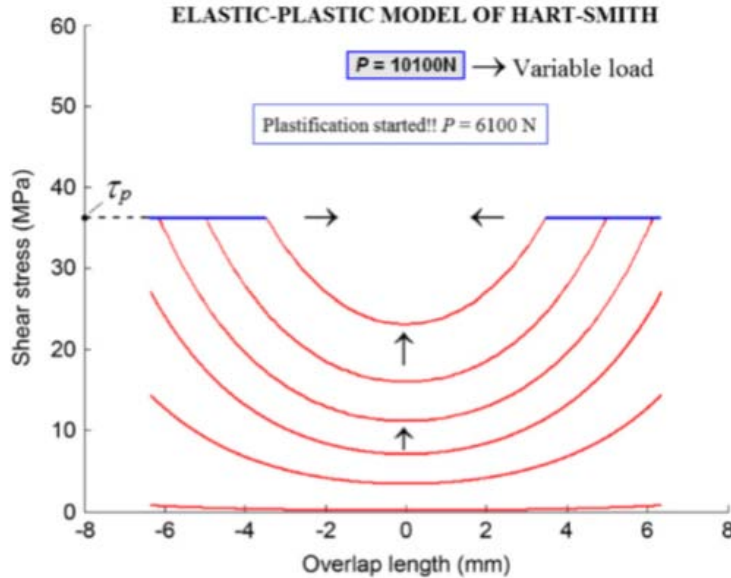


Figura 23: Processo di plasticizzazione dell'adesivo descritto dal modello elasto-plastico di Hart-Smith. La tensione τ_p rappresenta la massima tensione di taglio sopportabile dal materiale oltre al quale si ha deformazione plastica.

seguito a delle elaborazioni del modello analitico di Hart-Smith, è possibile giungere alla conclusione che il carico P_c che porta a cedimento il giunto è:

$$P_c = bl\tau_p \quad (15)$$

Dove l e b sono rispettivamente le lunghezze di overlap e la larghezza del giunto, mentre τ_p è la tensione limite che è indicata sempre in figura 23.

2.5 MECCANICA DELLA FRATTURA

2.5.1 Introduzione

La meccanica della frattura, a differenza del metodo precedente, è in grado di valutare le singolarità tensionali o di deformazione che si generano a causa delle discontinuità di materiale e di geometria presenti all'interfaccia adesivo-aderente. I concetti tradizionali di meccanica della frattura utilizzati per determinare la formazione e la propagazione della cricca includono la strain energy release rate G (SERR) e

gli stress intensity factor K_I (SIF), i quali saranno in seguito trattati. In condizioni di carico misto modo 1 + modo 2 e di plain stress, sussiste una relazione tra G e i K_i [23]:

$$G = K_I^2 \frac{1 - \nu^2}{E} + K_{II}^2 \frac{1 - \nu^2}{E} \quad (16)$$

Con K_I e K_{II} gli stress intensity factor di modo 1 e 2 rispettivamente, E il modulo di Young dell'adesivo e ν il coefficiente di Poisson dell'adesivo.

Sono state elaborate diverse tecniche per determinare i SIF e la SERR, tra cui la cosiddetta "J-integral" e la "Virtual crack closure technique (VCCT)".

La tecnica J-integral è definita dalla seguente formula:

$$J = G = \int_{\Gamma} \left(Wn - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) ds \quad (17)$$

In cui Γ è un qualsiasi percorso che inizia su una faccia della cricca e termina sull'altra faccia della stessa, n è il versore normale al percorso, $T_i = \sigma_{ij}n_j$, σ_{ij} le tensioni σ_{rr} , σ_{yy} o σ_{ry} , $W = 0,5\sigma_{ij}\epsilon_{ij}$, u_i è lo spostamento in x lungo il percorso.

Il metodo VCCT viene anch'esso utilizzato per determinare il SERR, e ad esso verrà dedicato il prossimo sottoparagrafo.

2.5.2 Virtual crack closure technique

La tecnica VCCT viene utilizzata per valutare la strain energy release rate (SERR) e alla base di essa vi è l'uguaglianza che sussiste tra l'energia di deformazione rilasciata per un avanzamento δa della cricca nel materiale e il lavoro compiuto dalle forze presenti all'apice della cricca per evitarne la propagazione [9].

Lo stesso modello può essere utilizzato per estrapolare le forze di reazione e gli spostamenti che necessari a chiudere la cricca di Δa . Al fine di calcolare il SERR si utilizza il modello bi-dimensionale di figura 24, valido nelle condizioni di plane stress o plain strain. In questo

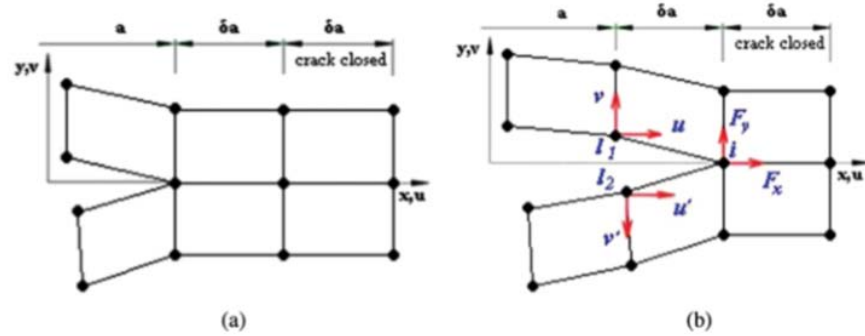


Figura 24: modello bi-dimensionale per lo studio della VCCT

modello viene considerata una lunghezza di cricca iniziale il cui vertice è posizionato nel punto 1. Nel passaggio successivo in corrispondenza della stessa posizione x tale punto si separa in due punti distinti (l_1 e l_2) e si forma un nuovo fronte di cricca nel punto i ; i vettori u e v rappresentano gli spostamenti in x e y dei punti l_1 e l_2 .

A questo punto il tasso di rilascio dell'energia di deformazione G è calcolabile come segue:

$$\begin{aligned} G_I &= \frac{1}{2B\delta a} F_y (v - v') \\ G_{II} &= \frac{1}{2B\delta a} F_x (u - u') \end{aligned} \quad G = G_I + G_{II} \quad (18)$$

Con B la larghezza della giunzione incollata in direzione z normale al piano, δa la lunghezza dell'elemento, Δu e Δv la differenza dello spostamento dei punti l_1 e l_2 in direzione x e y rispettivamente.

Il metodo VCCT può essere agevolmente implementato in Ansys o Abaqus in 2D o 3D e utilizzato per simulare l'avanzamento delle cricche nelle strutture.

2.5.3 metodo SIF

I fattori di intensificazione delle tensioni e il loro utilizzo per valutare la resistenza statica delle giunzioni incollate è un argomento importante ai fini della tesi, dato che questi concetti verranno ripresi nel capitolo 4 come punto di partenza per il calcolo della strain energy density. Per questo motivo ad esso verrà dedicato un paragrafo a parte, nonostante il fatto che l'argomento faccia sempre parte di quello della meccanica della frattura.

2.6 STRESS INTENSITY FACTOR PER INTERFACCE BI-MATERIALE ADERENTE-ADESIVO

2.6.1 Introduzione

E' ben noto che all'estremità dell'interfaccia bi-materiale, in presenza di un carico remoto agente sulla struttura, è misurabile una singolarità tensionale che può costituire il punto di iniziazione della cricca. Molti studi sono stati condotti al fine di determinare gli stress per varie geometrie di giunto, altri col fine di ridurre l'intensità delle tensioni per migliorare la resistenza degli stessi.

A questo scopo Cherry e Harrison (1970) e Groth e Nordlund (1991) elaborarono una procedura iterativa per ottimizzare la geometria degli aderenti mentre R. D. Adams e collaboratori (1973) studiarono l'influenza dello spessore dell'adesivo sui SIF. Nonostante gli sforzi attuati per ridurre la concentrazione degli sforzi, essi sono inevitabili e dovuti alla discontinuità di materiale.

In questo paragrafo verranno descritti gli andamenti delle singolarità

tensionali e i criteri per stabilire l'iniziazione della cricca in giunti incollati. Nel contesto dell'elasticità lineare, gli stress vicino all'estremità dell'interfaccia per tutte le geometrie sono nella forma $Hr^{\lambda-1}$, dove r è la distanza radiale dall'apice, H il fattore di intensificazione della tensioni generalizzato e l'esponente $\lambda - 1$ è l'ordine della singolarità. L'autovalore λ è ricavabile da analisi numerica oppure avvalendosi dei dati presenti in letteratura al variare dei materiali a contatto e della geometria. I primi studi a riguardo sono stati condotti da Williams (1952) e Bogy (1971), mentre a partire dagli anni 90' sono state condotte prove sperimentali per la calibrazione del fattore H per varie geometrie di giunto (Reedy (1990); Munz e Yang (1993); Akisanya e Fleck (1997); Im e Kim (2000)).

Inizialmente i criteri di frattura furono elaborati per giunti che presentavano una cricca, estendendosi poi anche a giunti già in partenza integri. Vengono qui di seguito riportati 3 criteri per prevedere la frattura elaborati in passato e che si basano sulle tensioni singolari all'apice:

- Suzuki, 1987: Secondo questo criterio il cedimento avviene nel momento in cui lo stress medio valutato lungo una circonferenza a una certa distanza dal punto di singolarità raggiunge un valore critico (pari a circa $1,5\sigma_f$, dove σ_f è la tensione di rottura a trazione del solo materiale adesivo). Una difficoltà nell'utilizzo di questo metodo è legata alla corretta scelta della distanza dall'apice a cui valutare le tensioni, la quale purtroppo dipende sia dalla geometria che dalle proprietà di materiale.
- Metodo energetico: viene valutata l'intensità dell'energia presente all'interno di un volume circondante l'apice del punto di singolarità. Nonostante questo metodo sembra possa ricondursi al criterio SED che sarà esposto nel capitolo 4, in realtà non è stato riscontrato alcun collegamento diretto in letteratura.
- Metodo SIF: Questo criterio è stato ampiamente discusso in letteratura; esso assume che l'iniziazione della frattura avviene quando il fattore di intensificazione delle tensioni H raggiunge un valore critico H_c . Recentemente sono state attuate ricerche al fine di utilizzare H_c anche come parametro secondo cui prevedere l'angolo di iniziazione della cricca lungo cui continuerà a crescere almeno nel primo tratto (Akisanya and Fleck (1997)).

2.6.2 Proprietà di materiale

In condizioni di plain strain, i parametri che governano le discontinuità elastiche di materiale sono i cosiddetti "Parametri di Dundurs":

$$\alpha = \frac{G_1 (x_2 + 1) - G_2 (x_1 + 1)}{G_1 (x_2 + 1) + G_2 (x_1 + 1)}, \beta = \frac{G_1 (x_2 - 1) - G_2 (x_1 - 1)}{G_1 (x_2 + 1) + G_2 (x_1 + 1)} \quad (19)$$

In cui G_1 e G_2 sono i moduli elastici tangenziali mentre:

$$\chi_j = \begin{cases} \frac{3-v_j}{1+v_j} \text{ (plane stress) } \\ 3-4v_j \text{ (plane strain) } \end{cases} \quad (j = 1, 2) \quad (20)$$

Con $v_{i,j}$ i coefficienti di Poisson dei 2 materiali.

$\alpha = 1$ quando l'aderente è infinitamente più rigido dell'adesivo, $\alpha = -1$ nel caso opposto, mentre $\alpha = 0$ se i materiali a contatto sono gli stessi.

Dalle proprietà elastiche dei materiali è possibile ricavare anche l'autovalore che indica il grado di singolarità, attraverso la seguente:

$$Z^2 \beta^2 + 2\lambda^2 Z \alpha \beta + \lambda^2 [\lambda^2 - 1] \alpha^2 + \frac{\sin^2(\lambda\pi)}{4} = 0 \quad (21)$$

In cui:

$$Z = \left[\sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \lambda \right) - \lambda^2 \right]^2 \quad (22)$$

Nel grafico di figura 25 si può osservare l'andamento dell'autovalore in funzione dei parametri di Dundurs nel caso specifico di giunti butt-joint.

λ cresce al diminuire di α e al crescere di β , e di conseguenza il campo di tensione vicino all'apice diventa meno singolare.

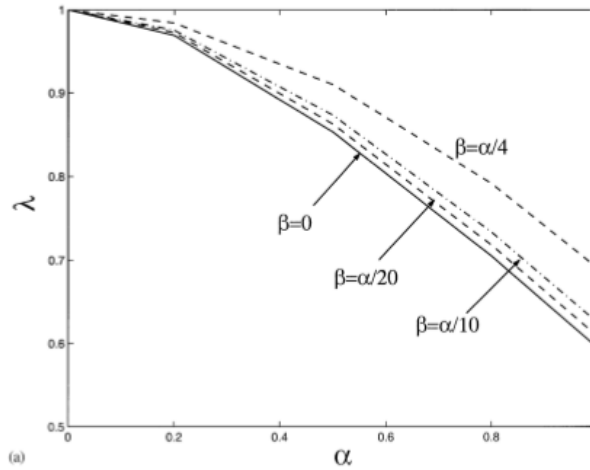


Figura 25: andamento dell'autovalore in funzione dei parametri di Dundurs per giunti butt-joint

2.6.3 Andamento esponenziale delle tensioni all'apice

Si consideri il giunto nella configurazione butt-joint di figura 26, la cui larghezza è B e lo spessore dell'adesivo è h . Ad esso è applicata una

tensione nominale remota di trazione σ e per valutare l'andamento esponenziale delle tensioni il centro del sistema di coordinate locale è stato fissato nel punto che si vede in figura.

E' noto che in presenza di punti di singolarità la meccanica classica

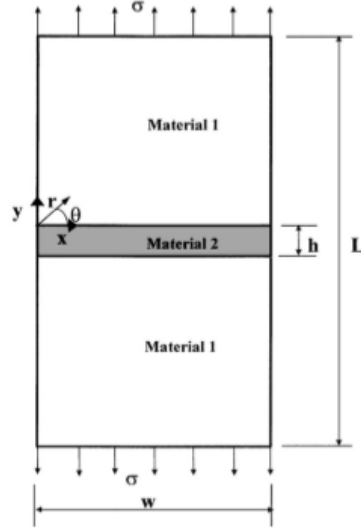


Figura 26: profilo di trazione e di danneggiamento per un doppio ciclo di carico nel caso di legge polinomiale

deve essere abbandonata a favore della meccanica della frattura, la quale asserisce che esiste una zona adiacente all'apice di deformazione plastica in cui avviene una sorta di ridistribuzione delle tensioni.

Le tensioni singolari virtuali in prossimità dell'apice sono descritti dall'equazione (Reedy, 1990; Munz e Yang, 1993; Akisanya e Fleck, 1997) [10] :

$$\sigma_{ij} = Hr^{\lambda-1} f_{ij} \quad (23)$$

In cui: σ_{ij} sono le tensioni σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$ e $\sigma_{\theta\theta}$, rappresentate in figura per un elemento infinitesimo localizzato a distanza r dall'apice, H è il fattore di intensificazione delle tensioni e f_{ij} è una funzione adimensionale dipendente dai parametri di materiale α , β e dall'angolo θ . H è definito in modo tale che $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0) = Hr^{\lambda-1}$ e dipende da tensione nominale, geometria e materiali secondo la seguente:

$$H = \sigma h^{1-\lambda} Q(\alpha, \beta) \quad (24)$$

Dove h è lo spessore dell'adesivo e Q è una funzione adimensionale dipendente dai parametri di Dundurs α , β . Il valore di Q è ricavabile dal grafico di figura 28, ed è stato ricavato sperimentalmente per giunti in configurazione butt-joint da Qian e Akisanya (1998), per varie combinazioni di α e β .

Nel caso in cui si desidera valutare le tensioni a parità di combinazione di materiali in accoppiamento, la funzione adimensionale f_{ij} scritta

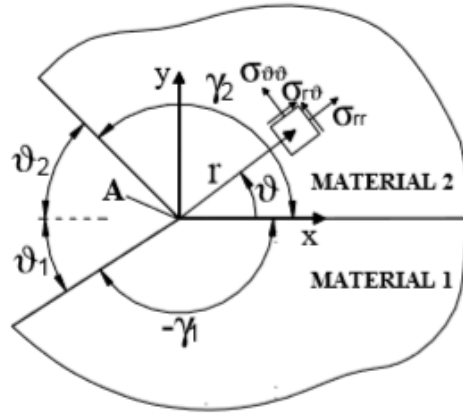
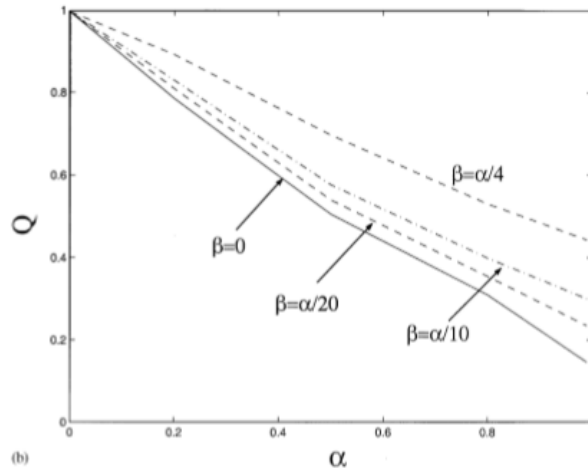


Figura 27: tensioni singolari all'apice di interfaccia bi-materiale

Figura 28: (α, β) per giunti in configurazione butt-joint

in precedenza dipenderà soltanto dall'angolo θ . Dunque $f_{ij} = f(\theta)_{ij}$. In realtà l'equazione (23) è una forma semplificata, infatti la formulazione analitica per ricavare le σ_{ij} nel caso generale di geometrie qualsiasi e materiali a contatto qualsiasi è la seguente [11]:

$$\sigma_{ij} = H_0 r^s f_{ij}^{(0)} + H_1 r^t f_{ij}^{(1)} \quad (25)$$

Come si nota a differenza della (23), questa equazione contiene 2 termini, i cui fattori H_0 e H_1 sono rispettivamente associati alle distribuzioni di tensione di primo e secondo ordine e determinate sulla base del comportamento elastico di entrambi i materiali.

Nel solo caso di giunti butt-joint, che sono quelli che verranno successivamente presi in considerazione nel capitolo 4 per la verifica del metodo SED, è possibile trascurare il secondo termine in quanto è associato a un campo di tensione non singolare, ottenendo di conseguenza l'equazione semplificata precedentemente scritta.

2.6.4 *H-based fracture initiation criterion*

Come anticipato nel paragrafo 2.6.2, è possibile prevedere la frattura all'angolo di interfaccia quando il fattore generalizzato di intensificazione delle tensioni H raggiunge un valore critico H_c , determinabile per una particolare geometria attraverso l'equazione (24) sostituendo σ con la tensione di rottura. Il valore di H_c è influenzato anche dalla qualità con cui è stato realizzato l'incollaggio e dal trattamento superficiale eseguito sugli aderenti.

In letteratura sono presenti solo pochi dati relativi a valori di H_c e solo per alcune geometrie di giunti incollati. Nel caso di giunti butt-joint acciaio/epossidico è stato sperimentalmente provato che la tensione di rottura a trazione è variabile in funzione dello spessore di adesivo, ma tuttavia il valore critico di intensificazione delle tensioni è circa sempre lo stesso (a parità di materiale e geometria). Dalle analisi numeriche presentate nel capitolo 4 e dai dati sperimentali presentati nello stesso capitolo, sarà dimostrato che il valore critico di H è all'incirca sempre lo stesso.

2.7 COHESIVE ZONE MODEL

Il modello di zona coesiva tratta il fenomeno della delaminazione tra i materiali a contatto come un fenomeno graduale in cui la separazione inizia lungo la cosiddetta "cohesive zone" [12]. Gli "elementi coesivi", appartenenti a questa zona, non rappresentano elementi solidi dotati delle proprietà fisiche di materiale, bensì le forze coesive che si manifestano all'interfaccia quando le superfici vengono separate. L'implementazione e l'utilizzo del modello avviene perlopiù in ambiente FEM, in cui è possibile posizionare gli elementi coesivi all'interfaccia aderente-adesivo.

Questo modello è elaborato sulla base della curva sforzo-deformazione di figura 29, in cui come si può notare presenta un andamento lineare e un secondo andamento anch'esso spesso rappresentato di tipo lineare. E' possibile individuare sull'asse y un picco di tensione σ_m e sull'asse x il massimo spostamento che si raggiunge a rottura δ_f . L'area sottesa dal grafico rappresenta l'energia a frattura G_c . La forma della legge coesiva può essere triangolare, esponenziale o trapezoidale e la determinazione è possibile sulla base di test sperimentali.

Molti autori hanno proposto criteri di cedimento sulla base di questo modello, il quale può essere applicato anche in condizione di carico ciclico e a impatto. Un vantaggio legato all'utilizzo di elementi coesivi consiste nel fatto che non è necessario eseguire la ri-modellazione della mesh nel processo di delaminazione.

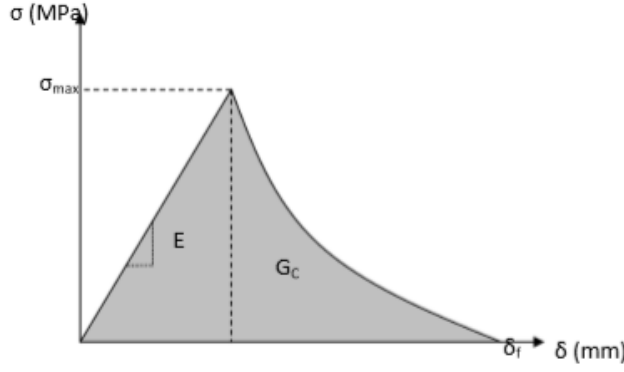


Figura 29: curva di trazione-separazione del modello CMZ

2.7.1 Formulazione del modello CMZ in statica

La legge costitutiva degli elementi coesivi è generalmente descritta da una legge σ - ϵ o T - δ , dove T indica la forza in Newton. Essa è caratterizzata da un primo tratto lineare elastico (reversibile) seguito da un secondo tratto il cui comportamento è influenzato dall'aver introdotto un danneggiamento nel materiale (cricca).

Secondo questo modello, se venisse applicato uno spostamento δ maggiore dello spostamento corrispondente a T_{max} , non si assisterebbe a cedimento immediato ma a una progressiva delaminazione che porterebbe al totale cedimento solo una volta raggiunto lo spostamento critico δ_f . Dopo il primo tratto, spostandosi verso δ_f è gradualmente sempre minore la forza $T(\delta)$ richiesta per far avanzare la cricca.

Nelle condizioni di sollecitazioni a modo misto (modo 1 + modo 2), la legge bi-lineare è definita dalla seguente:

$$\begin{Bmatrix} T_t \\ T_n \end{Bmatrix} = (1 - D_s(\delta_n, \delta_t)) \begin{bmatrix} K_t^0 & 0 \\ 0 & K_n^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_t \\ \delta_n \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Dove i pedici n e t indicano rispettivamente la direzione della sollecitazione normale (modo 1) e tangenziale (modo 2) in riferimento alla terna di coordinate cartesiane solidali all'interfaccia. Il parametro D_s è una variabile di stato del materiale che rappresenta il grado di danneggiamento dello strato adesivo ($D_s = 0$ nel caso di materiale integro, $D_s = 1$ a completa separazione dei substrati). Il suo valore dipende da 2 parametri (δ_n e δ_t) che possono essere ricavati dai tre seguenti principi della meccanica della frattura elastica lineare (LEMF):

1) L'energia di frattura critica è equivalente all'area sottesa dalla curva di trazione di figura 29, quindi per il modo 1 puro e modo 2 puro si ottiene rispettivamente:

$$\int_0^{\delta_n^u} T_n(\delta_n, 0) d\delta_n = G_{IC}, \quad \int_0^{\delta_t^u} T_t(0, \delta_t) d\delta_t = G_{IIC} \quad (27)$$

2) Nelle condizioni di trazione massima accade che:

$$T_n(\delta_n^c, 0) = \sigma_{\max}, \quad T_t(0, \delta_t^c) = \tau_{\max} \quad (28)$$

3) La trazione massima si ottiene nelle seguenti condizioni (per funzioni continue della legge trazione-separazione):

$$\left. \frac{\partial T_n}{\partial \delta_n} \right|_{\delta_n=\delta_n^c, \delta_t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_t}{\partial \delta_t} \right|_{\delta_n=0, \delta_t=\delta_t^c} = 0 \quad (29)$$

In cui gli indici c e u sono relativi rispettivamente ai valori critici e massimi degli spostamenti.

2.7.2 Legge bilineare

La legge di trazione-separazione bilineare, comunemente utilizzata per la sua flessibilità e semplicità, è composta da due tratti: il primo caratterizzato da una risposta lineare elastica, il secondo a pendenza negativa influenzato dalla presenza del danno. Nella figura 30 è rappresentato a sinistra il profilo di trazione nel caso di un doppio ciclo di carico-scarico e a destra il relativo profilo di danneggiamento nelle stesse condizioni.

Come si può notare, il secondo ciclo di carico rosso possiede una curva di carico il cui modulo di Young associato dipende dal grado di danneggiamento indotto dal ciclo di carico precedente.

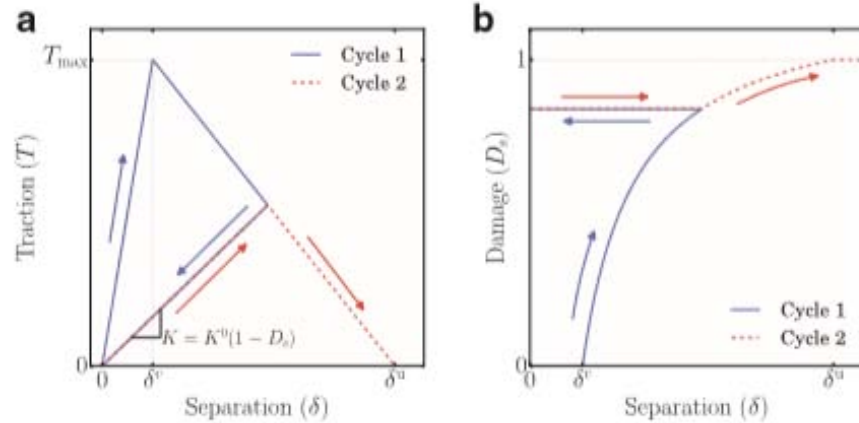


Figura 30: profilo di trazione e di danneggiamento per un doppio ciclo di carico nel caso di legge bi-lineare

Per leggi bi-lineari è importante ricordare che non è possibile applicare l'equazione (29) in quanto una funzione non può essere differenziabile nel punto in cui è presente una discontinuità della pendenza, ovvero per $\delta = \delta^c$.

La legge bi-lineare possiede 3 parametri statici indipendenti: l'energia critica di frattura G_c , la forza massima di coesione T_{\max} e la rigidezza

iniziale K^0 per un determinato modo di frattura. Per il caso particolare di legge bi-lineare gli spostamenti normali e tangenziali critici e massimi possono essere ricavati da questi parametri attraverso le seguenti:

$$\begin{aligned}\delta_n^c &= \frac{\sigma_{\max}}{K_n^0}, & \delta_t^c &= \frac{\tau_{\max}}{K_t^0} \\ \delta_n^u &= 2 \frac{G_{IC}}{\sigma_{\max}}, & \delta_t^u &= 2 \frac{G_{IIC}}{\tau_{\max}}\end{aligned}\quad (30)$$

Come detto in precedenza, sono state ricavate anche leggi di trazione-separazione polinomiali (figura 31) ed esponenziali. Lo studio è più complesso in questo caso e non verrà trattato nel dettaglio.

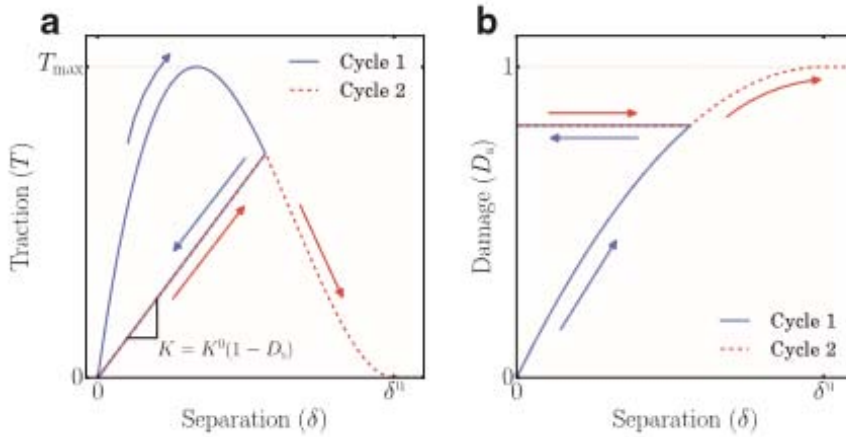


Figura 31: profilo di trazione e di danneggiamento per un doppio ciclo di carico nel caso di legge polinomiale

2.8 METODO "EXTENDED FINITE ELEMENT" (XFEM)

Questo metodo fu ideato nel 1999 da Moes e collaboratori ed è basato sugli studi effettuati da Melenk e Babuska. Il vantaggio principale di questo metodo confrontato con il metodo CMZ consiste nel fatto che la propagazione della cricca nel materiale non dipende dal grado di raffinatezza della mesh.

Questo metodo è implementato all'interno del software FEM "Abaqus" e può prevedere l'iniziazione della cricca utilizzando il valore massimo della tensione principale (MAXPS) oppure il valore massimo della deformazione principale (MAXPE). La cricca propaga nella direzione relativa al valore massimo di tensione principale σ_{\max} o di deformazione principale ϵ_{\max} e quando si verifica una delle seguenti situazioni:

$$\epsilon_{\max}/\epsilon_c = 1 \text{ oppure } \sigma_{\max}/\sigma_c = 1$$

Dove il pedice c sta ad indicare la condizione critica rispettivamente della tensione o della deformazione principale.

COMPORTAMENTO A FATICA DELLE GIUNZIONI INCOLLATE

Un gran numero di articoli in letteratura sono concentrati sulla previsione della resistenza meccanica a fatica e sulla determinazione della vita residua dei giunti incollati.

Esistono 2 approcci principali per la determinazione della vita a fatica: il cosiddetto "stress life approach" e il "fatigue crack initiation approach". Nel paragrafo 3.1 verrà trattato principalmente il primo di questi 2 approcci, mentre nei successivi il secondo [13].

3.1 STRESS LIFE APPROACH

In questo tipo di approccio vengono condotte una serie di prove meccaniche in cui i provini vengono sottoposti a diversi tipi di carico al fine di ottenere delle curve di Wohler: in tal modo è possibile graficare lo stress contro il numero di cicli a rottura. Tuttavia a differenza dei metalli, per giunzioni incollate risulta molto difficile stabilire un limite a vita infinita, e dunque normalmente si decide di posizionare questo livello di threshold ad un certo numero di cicli (ad esempio a un milione di cicli).

Questo paragrafo è diviso in 4 sottoparagrafi in cui verrà spiegato l'effetto dei vari parametri che influenzano la resistenza a fatica (effetto dei parametri geometrici, di materiale, di carico, di trattamento).

3.1.1 *Effetto dei parametri geometrici*

La forma e la configurazione della giunzione adesiva giocano un ruolo molto importante sulla resistenza a fatica. Molte ricerche sono state condotte al fine di determinare le performance a fatica di diverse tipologie di giunti. Alcune di esse erano rivolte alla rilevazione di un possibile limite a fatica, altre al fine di allungare la vita a rottura modificando la geometria. Qui di seguito vengono elencati alcuni dei risultati salienti derivanti da studi condotti per diverse geometrie di giunto:

- M. Jen si occupò della determinazione della vita a fatica di provini "scarf joints" al variare dell'angolo di scarf (figura 32). I suoi studi sperimentali rivelarono che la resistenza a fatica incrementava notevolmente all'aumentare dell'angolo di scarf.

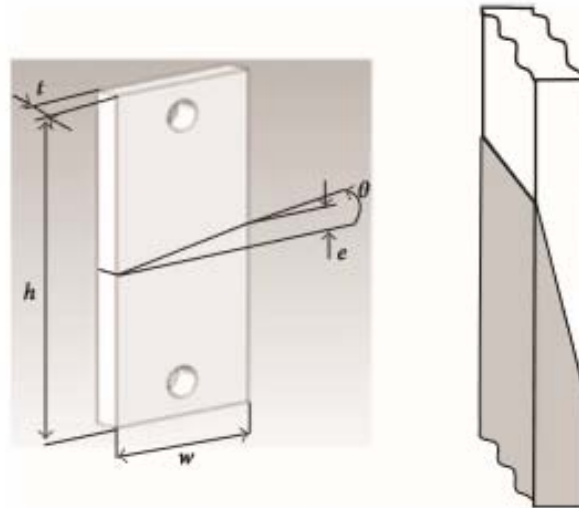


Figura 32: Provini scarf joints: indicato l'angolo di scarf

- G. Altan e collaboratori invece studiarono la resistenza degli incollaggi in configurazione "butterfly" scoprendo che in generale il numero di cicli a rottura è più alto rispetto alla configurazione "butt joint" con stessa area di overlap.
- G. Fessel e collaboratori invece eseguirono uno studio atto a rilevare i fattori geometrici che influenzano la resistenza di provini sottoposti a "wedge test", ovvero uno tipo di sollecitazione molto simile a quella di peel. Essi scoprirono che la vita in questo caso dipende principalmente dalla lunghezza iniziale di cricca presente nello strato di colla: minore la lunghezza della cricca, maggiore la resistenza.
- Y. Zhang e collaboratori studiarono le performance dei provini "double lap joint (DLJ) e stepped lap joint (SLJ) in materiale composito. Essi scoprirono che per questi provini la rottura avveniva ad un certo allungamento critico del giunto, indipendentemente dal livello di carico applicato.
- M. Imanaka e collaboratori utilizzarono un criterio basato sugli stress intensity factor per determinare la durata a fatica dei giunti SLJ, integri e pre-criccati. Dallo studio è emerso che la resistenza può essere determinata sulla base di un valore critico di fattore di intensificazione delle tensioni, variabile al variare del numero di cicli e variabile al variare della geometria del giunto. Inoltre si è visto come sia possibile stimare la vita a rottura sulla base del valore del grado di singolarità $1-\lambda$.
Questo tipo di approccio (basato sui SIF) è stato spiegato abbondantemente nel precedente capitolo, anche se in questo caso è stato applicato in presenza di carichi ciclici.

Anche l'effetto della lunghezza di sovrapposizione è stato studiato da diversi autori. Al variare del tipo di giunto, del tipo di substrato e dello spessore di adesivo sono stati ottenuti diversi risultati. Ad esempio, nel particolare caso di giunti SLJ composito/epossidico si è scoperto che è possibile utilizzare un fattore di forma per confrontare la vita a fatica di giunti con diverse aree di sovrapposizione. E' stata riscontrata anche una correlazione della vita a fatica con lo spessore dello strato di adesivo. In particolare si è notato che la vita si riduce all'aumentare dello stesso, per molte tipologie di giunto.

3.1.2 *Influenza del materiale*

Il materiale è uno dei parametri principali: esistono moltissimi tipi di adesivi e ognuno è caratterizzato da una curva di fatica diversa. In più bisogna considerare la diversità degli aderenti che possono essere connessi.

Molti adesivi moderni esibiscono una grossa deformazione plastica prima di arrivare a rottura. S. Kumar e P. C. Pandey eseguirono simulazioni numeriche su provini SLJ considerando le non-linearità geometriche e di materiale per prevedere la resistenza a fatica. Essi applicarono l'equazione modificata di Coffin-Manson:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (31)$$

In cui $\frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$ è l'ampiezza di deformazione plastica, ε_f il coefficiente di duttilità determinabile dall'intersezione della retta intercetta sull'asse delle ε , $2N_f$ il numero di cicli totale a frattura, c è l'esponente di duttilità che è una proprietà del materiale.

In questo particolare studio è stato utilizzato un modello elasto-plastico sia per l'adesivo che per gli aderenti. In altri studi simili è stato utilizzato un modello lineare elastico per gli aderenti ed elasto-plastico per l'adesivo.

3.1.3 *Influenza delle condizioni di carico*

L'influenza del carico applicato (tipo, intensità, eventuale multiasialità) è importante nel determinare il comportamento a fatica. A. Noltingetal e collaboratori esaminarono la vita a fatica di provini DSL con aderenti in alluminio scoprendo che l'iniziazione della cricca avveniva nel substrato a bassi livelli di carico, mentre si assisteva a delaminazione per stress maggiori. Dall'analisi a elementi finiti essi conclusero anche che lo stato di stress e di deformazione all'estremità della sovrapposizione è influenzato dallo spessore di adesivo e dall'angolo formato da quest'ultimo e l'aderente.

Ishii e collaboratori condussero una serie di test a fatica su provini

butt-joint, scarf joint, SLJ al fine di stabilire la rottura a fatica di giunti CFRP/metallo sottoposti a carichi multi-assiali. Essi scoprirono che il limite a fatica è determinato per un valore massimo di "principal stress".

A. D. Crocombe invece ha previsto resistenza dei giunti per diverse tipologie di carico: statico, fatica oligociclica, fatica ad alto numero di cicli e in presenza di carichi termici.

3.1.4 *Importanza del trattamento superficiale e di curing*

Anche le condizioni di trattamento e di curing dovrebbero essere ottimizzate per ottenere le migliori performance a fatica. Solo pochi studi sono stati condotti al fine di determinare questo effetto.

Z. Yang e il suo team studiarono l'effetto della pressione, della temperatura e del tempo di curing sul comportamento a fatica di giunti con aderenti in alluminio e CFRP.

K. G. Shin e J. J. Lee invece si occuparono dell'influenza degli stress termici residui su campioni co-cured SLJ and DLJ con substrati in acciaio e composito.

Anche la preparazione superficiale gioca un ruolo cruciale perchè modifica la qualità del legame interfacciale tra i diversi materiali a contatto. Dallo studio di V. Kovan è emersa una correlazione tra rugosità superficiale e limite a fatica.

3.2 NUCLEAZIONE DELLA CRICCA

In generale la vita a fatica può essere divisa in 2 principali fasi: iniziazione e propagazione della cricca. Molti autori hanno deciso di trascurare la fase di nucleazione della stessa e basato la durata solamente sulla fase di propagazione. La ragione principale di questo modo di agire consiste nella maggior difficoltà di stimare il numero di cicli che porta alla formazione della cricca e nella difficoltà di rilevare l'iniziazione della stessa nel materiale. Procedendo in questo modo si progetta a vantaggio della sicurezza, tuttavia ci sono applicazioni in cui la fase di iniziazione copre più del 50% della vita totale del componente e non considerarla rischierebbe di sovradimensionare inutilmente l'incollaggio.

Anche se la ricerca rivolta allo studio dell'iniziazione della cricca è iniziata nel 1986, non si è ancora giunti al punto da avere a disposizione un metodo univoco e globalmente accettato per la sua determinazione. Un valido metodo per la progettazione a fatica è stato proposto dai professori M. Quaresimin e M. Ricotta nell'articolo "Fatigue behaviour and damage evolution of single lap bonded joints in composite material", nel caso particolare di aderenti in composito. In esso sono evidenziati in 2 momenti distinti nucleazione e propagazione del danno.

Nel primo dei successivi sottoparagrafi si studierà il fenomeno dell'iniziazione avvalendosi della meccanica della frattura, ovvero studiando l'intensità dei SIF in prossimità di punti critici del giunto. Il secondo riguarderà il rilevamento e il monitoraggio dell'iniziazione della cricca per mezzo di strumenti video micrografici.

3.2.1 *Approccio SIF per la previsione della vita in fase di nucleazione*

Tale approccio è stato studiato dal Prof. M. Quaresimin e i suoi collaboratori. Essi considerarono separatamente la vita per portare alla nucleazione della cricca e quella per portare a rottura il giunto.

Come si vede in figura 33, la fase di iniziazione è governata dal fattore di intensificazione generalizzato delle tensioni (H_0), mentre quella di propagazione è governata da un grafico simile alla curva di Paris, che correla la velocità di avanzamento della cricca alla strain energy release rate G [14].

In un giunto incollato, sotto l'ipotesi di comportamento lineare elasti-



Figura 33: Vita totale del giunto incollato divisa tra fase di nucleazione e propagazione della cricca.

co dei materiali a contatto, il campo di stress prossimo agli angoli della zona di sovrapposizione diventa singolare a causa delle discontinuità geometriche e di materiale. E' per questo che può essere adottato un criterio basato sui SIF per la determinazione dell'iniziazione della cricca.

I dettagli del metodo sono stati spiegati nel capitolo precedente, qui ci si limita a dire che in caso di fatica è possibile utilizzare dei grafici che correlano H_0 al numero di cicli per stimare la vita in fase di nucleazione.

3.2.2 *Monitoraggio dell'inizializzazione della cricca*

Il metodo più diffuso per monitorare la nucleazione della cricca è la misura dell'allungamento sulla superficie del giunto per mezzo di estensimetri abbinato all'utilizzo di strumenti di video-microscopia. Graner Solana e collaboratori presentarono un metodo sperimentale per ottenere risultati dalle prove di fatica per diversi range di carico. Il team utilizzò 6 estensimetri posizionati sulla superficie di overlap per il monitoraggio dell'inizializzazione della cricca.

Anche Crocombe e il suo team eseguirono il monitoraggio avvalendosi dell'utilizzo di estensimetri, e dal loro studio emerse che la fase di

iniziazione consisteva nel 50% della vita totale del giunto e che tale fase veniva notevolmente ridotta eliminando il fillet dell'adesivo (la presenza del fillet può aumentare considerevolmente la vita di un giunto incollato).

3.3 PROPAGAZIONE DELLA CRICCA

Questo argomento è stato ampiamente trattato in letteratura. Gli studi relativi alla propagazione della cricca hanno avuto come obiettivo quello di identificare la relazione che sussiste tra un parametro di frattura (come lo strain energy release rate G) e il tasso crescita di propagazione della cricca. Il grafico che ne risulta è un grafico doppio logaritmico in cui sull'asse delle ordinate vi è la derivata della lunghezza della cricca (a) rispetto al numero di cicli N necessario per generarla, mentre sull'asse delle ascisse è presente ΔG , ovvero la differenza tra il valore massimo e minimo del SERR per un particolare carico ciclico applicato (figura 34).

A volte al posto di ΔG è invece graficato il valore massimo del SERR

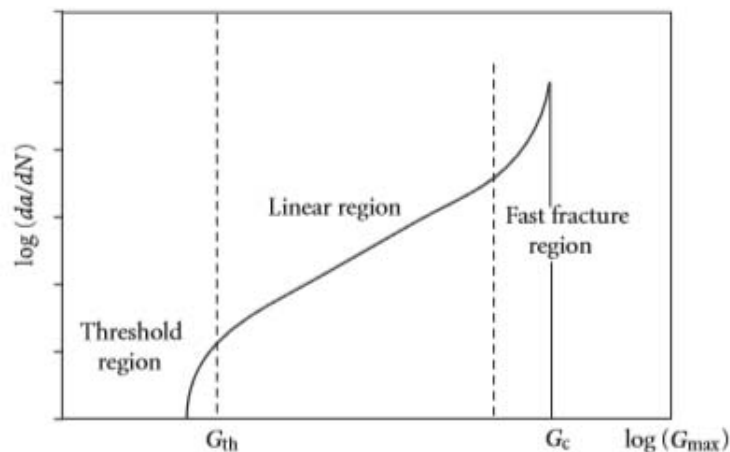


Figura 34: Velocità di propagazione della cricca in funzione di G_{max} per giunti incollati

G_{max} , questo perchè il valore negativo corrisponde a un carico di compressione, il quale è molto meno gravoso del corrispondente carico in trazione.

La curva di propagazione della cricca, che ha una forma sigmoideale, individua sul grafico 3 diverse regioni:

- Una regione al di sotto del livello di threshold definita da un preciso valore del SERR G_{th} al di sotto del quale non è registrata alcuna propagazione della cricca.
- Una seconda regione caratterizzata da una velocità di crescita lineare sul grafico doppio logaritmico, descritta da una legge

analoga a quella della curva di Paris.

- Una terza regione caratterizzata dalla propagazione instabile della cricca. Al di sopra del secondo valore di soglia G_c infatti, la derivata di a fatta rispetto al numero di cicli cresce molto più rapidamente.

Conoscendo la relazione esistente tra la lunghezza della cricca e G_{max} , l'integrazione della curva di fatica porta a una stima della vita residua in fase di propagazione per il giunto. Al fine di monitorare la crescita della cricca e la sua lunghezza in funzione del tempo, sono state utilizzate molte tecniche, ad esempio tecniche ottiche come la video-microscopia e tecniche ad ultrasuoni.

Nel prossimo sottoparagrafo verranno presentati i principali modelli di propagazione della cricca presenti in letteratura.

3.3.1 Modelli di propagazione della cricca

La legge di Paris è stata utilizzata intensivamente in letteratura per correlare la crescita della cricca con un parametro di frattura (in questo caso il SERR). Uno dei primi studi finalizzati al determinare questa correlazione fu condotta da Fernandez e collaboratori, i quali investigarono il comportamento a fatica di provini incollati con substrati in CFRP sottoposti a carico di modo I. Essi monitorarono la velocità di crescita della cricca, la quale poteva essere descritta, attraverso best fitting, dalla seguente:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \times \left(\frac{\Delta G}{G_c} \right)^m \quad (32)$$

In cui a è la lunghezza di cricca, N il numero di cicli, G è lo strain energy release rate, G_c il valore critico di G che porta a rottura. Le costanti C_1 e m possono essere ottenute da best-fitting sulla base dei dati sperimentali.

Lo strain energy release rate G_1 può essere ottenuto in funzione di dC/da :

$$G_1 = \frac{P^2 dC}{2Bda} \quad (33)$$

Dove P è il carico applicato, B è la larghezza dei provini, C è la distanza di separazione tra le due facce di separazione e a la lunghezza di cricca.

Wahab e collaboratori hanno proposto una generalizzazione dell'equazione (32), che tenesse in considerazione anche la prima parte del grafico di Paris, calcolata nel particolare caso di provini CFRP/epossidico:

$$\frac{da}{dN} = C_1 G_{max}^n \left(\frac{1 - (G_{th}/G_{max})^{n_1}}{1 + (G_{th}/G_{max})^{n_1}} \right) \quad (34)$$

Essi proposero inoltre una formulazione che tenesse conto della presenza di sollecitazioni miste modo I + modo II:

$$\frac{da}{dN} = C_1 G_I^{n_I} \left(\frac{1 - (G_{th}/G_{max})^{n_{1I}}}{1 + (G_{th}/G_{max})^{n_{2I}}} \right) + C_2 G_{II}^{n_{II}} \left(\frac{1 - (G_{th}/G_{max})^{n_{1II}}}{1 + (G_{th}/G_{max})^{n_{2II}}} \right) \quad (35)$$

Un'altra tecnica utilizzata per descrivere il processo di avanzamento della cricca è il modello di zona coesiva (CMZ), già precedentemente visto nel capitolo dedicato alla statica. Dato che ora si tratta di uno studio dinamico, ciò che corrispondeva alla velocità di crescita della cricca ora viene espresso come velocità di avanzamento del danneggiamento nel materiale.

il legame che sussiste tra il tasso di crescita dell'area di distacco (o danneggiata) "A" e il range del SERR è dato dalla seguente:

$$\frac{dA}{dN} = \Delta G^d \quad (36)$$

Dove d dipende dal materiale e dal rapporto tra il carico applicato a modo I e quello a modo II.

APPROCCIO SED PER LA VERIFICA DELLA RESISTENZA MECCANICA DELLE GIUNZIONI INCOLLATE

In questo capitolo verrà esposto, attraverso una trattazione analitica e numerica, un nuovo possibile criterio di cedimento per giunti incollati testa a testa soggetti a trazione (modo 1). E' importante precisare che questa trattazione è valida solo supponendo che l'adesivo strutturale sia un materiale a comportamento fragile, ovvero che la deformazione plastica sia trascurabile: ciò è vero per le resine epossidiche. La seconda ipotesi fondamentale è che gli aderenti presentino una rigidità molto più alta dell'adesivo (come gli acciai).

Nel primo paragrafo dell'elaborato verrà presentato il metodo con le premesse del caso, elencando i possibili vantaggi della sua applicazione. Nei capitoli successivi sarà calcolata la Strain Energy Density attraverso una trattazione analitica, seguita poi da una numerica avvalendosi del software FEM "Ansys". Infine le due trattazioni verranno confrontate tra loro, traendo delle conclusioni.

Dal momento che il criterio SED alla base della sua validità presuppone la validità del metodo basato sui stress intensity factor (SIF), all'interno di questa procedura sarà dedicato un capitolo relativo anche a questo argomento.

4.1 INTRODUZIONE AL METODO E IPOTESI DI PROCEDURA

Il metodo SED, elaborato nel 2001 da P. Lazzarin e R. Zambardi, è stato utilizzato con successo per la previsione del cedimento statico e a fatica di componenti metallici che presentano una discontinuità geometrica (intagli o cricche). Si vuole ora valutare la possibilità di estendere l'utilizzo del metodo a giunti incollati, ovvero componenti che presentano, oltre a una discontinuità geometrica, anche discontinuità di materiale.

In letteratura non sembrano essere presenti risultati sperimentali riguardo a test di trazione su giunti incollati al variare dell'angolo di fillet dell'adesivo, e questo probabilmente è dovuto al fatto che a livello pratico queste informazioni non sono effettivamente utili, anche considerando che è molto complesso in fase di realizzazione avere un buon controllo sull'angolo dell'adesivo all'estremità dell'interfaccia per tutta la larghezza di contatto. Ciononostante si tenterà di validare il criterio SED non al variare dell'angolo di intaglio, bensì al variare dello spessore di adesivo, il che è più utile a livello industriale.

Il criterio energetico SED, ai fini del calcolo necessita la conoscenza

del raggio critico R^* del cerchio il cui centro è posizionato sul punto di singolarità tensionale.

Nel caso di interfaccia bi-materiale sorge una complicazione, in quanto l'area circolare utilizzata in precedenza ora dovrebbe racchiudere 2 materiali diversi e con proprietà diverse. Per procedere sono stati proposti 2 diversi approcci per ovviare a questo problema.

- *Primo approccio*: Si decide di non considerare un'area circolare su cui eseguire l'integrazione per trovare l'energia, bensì di calcolare l'integrale lungo la linea di interfaccia (lato adesivo). Ciò significa che considerando anche la terza dimensione, ovvero la larghezza di sovrapposizione B , la densità di energia che si ricava non è volumetrica ma superficiale, dove la superficie è appunto l'area di interfaccia adesivo-aderente.
- *Secondo approccio*: Questo metodo è più fedele al metodo SED classico, in quanto viene impiegata un'area circolare per il calcolo del SED e non una linea. L'area in questione è quella appartenente al solo strato di adesivo, dunque in pratica si esegue l'integrazione su un settore circolare di 90° . Questo approccio necessita di una doppia integrazione: una sul raggio R e una sull'angolo θ , con θ appunto compreso tra 0° e 90° .

E' stato scelto sempre il lato adesivo e non quello aderente perché si suppone che la rottura, ovvero la propagazione della cricca avvenga sul lato dell'adesivo. Ciò è verificato sperimentalmente, almeno in tutti i casi in cui il materiale degli aderenti sia molto più rigido dell'adesivo (acciai, leghe di alluminio ecc.).

Inoltre, nonostante il primo dei due approcci possa sembrare troppo semplificato, potrebbe essere corretto concettualmente perché la cricca normalmente propaga proprio lungo la linea di interfaccia, provocando la cosiddetta "rottura adesiva".

I benefici derivanti da una eventuale validità del metodo sono molteplici:

- *Eredita i vantaggi del metodo basato sui SIF*: Sono già presenti in letteratura articoli relativi all'utilizzo dei fattori di intensificazione delle tensioni come criterio di cedimento delle giunzioni adesive. La validità di questo metodo sarà dimostrata anche in questo elaborato e sarà il punto di partenza per proseguire in chiave energetica.
- *Tipo di mesh*: Il metodo SED non richiede la modellazione di una mesh molto raffinata in prossimità dell'apice, una mesh grossolana con pochi elementi racchiusi nell'area di controllo sono sufficienti.
- *Riduzione dei tempi*: E' una diretta conseguenza del punto precedente; la modellazione di una mesh raffinata e la determinazione

dei campi tensionali lungo percorsi che devono essere definiti vicino all'apice è un'operazione sicuramente molto più onerosa in termini di tempo.

4.2 CALCOLO DELLA STRAIN ENERGY DENSITY

La dimostrazione che segue per il calcolo del SED è analoga a quella utilizzata da Lazzarin-Zambardi, con le modifiche del caso.

L'energia di deformazione di Beltrami per un campo di tensione tridimensionale è:

$$W_{(r,\theta)} = \frac{1}{2E} \left\{ \sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2 - 2\nu (\sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta \sigma_z + \sigma_r \sigma_z) + 2(1+\nu) (\tau_{r\theta}^2 + \tau_{rz}^2 + \tau_{\theta z}^2) \right\} \quad (37)$$

Dato che le tensioni non variano lungo z , i termini contenenti la coordinata z a pedice si annullano. I campi tensionali in prossimità dell'apice, ovvero all'estremità della zona di interfaccia adesivo-aderente, seguono un andamento esponenziale del tipo:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_1 r^{\lambda-1} f(\theta)_{ij}}{\sqrt{2\pi}} \quad (38)$$

Oppure, scritto in un altro modo:

$$\sigma_{ij} = H r^{\lambda-1} f(\theta)_{ij} \quad (39)$$

Con $H = K_1/\sqrt{2\pi}$ (H è il fattore generalizzato di intensificazione delle tensioni).

Le σ_{ij} sono le tensioni (σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ o $\sigma_{r\theta}$), singolari in prossimità dell'apice; K_1 è il fattore di intensificazioni delle tensioni a modo 1, r è la distanza in mm dall'apice, λ è l'autovalore mentre $f(\theta)_{ij}$ sono le funzioni angolari incognite dipendenti solo dall'angolo θ a cui si stanno valutando le tensioni. La funzione angolare $f(\theta)_{ij}$ verrà valutata solo

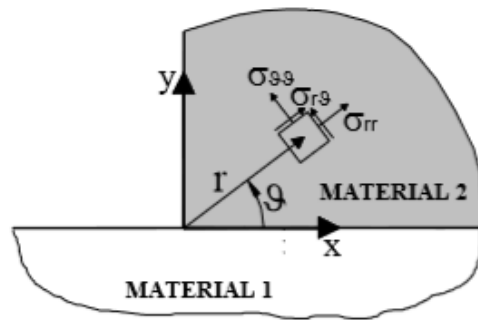


Figura 35: Tensioni presenti all'estremità di interfaccia bi-materiale

per quell'angolo e sarà diversa per ognuna delle 3 tensioni.

A questo punto sostituendo l'equazione delle tensioni in (37) e facendo le considerazioni scritte in precedenza si ottiene:

$$W_{(r,\theta)} = \frac{r^{2(\lambda-1)}}{4\pi E} K_1^2 \{ f(\theta)_{rr}^2 + f(\theta)_{\theta\theta}^2 - 2\nu f(\theta)_{rr} f(\theta)_{\theta\theta} + 2(1+\nu) f(\theta)_{r\theta}^2 \} \quad (40)$$

Il passaggio successivo richiede l'integrazione per il calcolo dell'energia totale.

A questo punto la dimostrazione può seguire 2 strade. Nel caso di SED mediata su un'area di controllo (un linea sul piano 2D), è necessaria una sola integrazione (sulla lunghezza r) mentre nel caso di calcolo su un volume di controllo sono necessarie 2 integrazioni (sulla lunghezza e sull'angolo θ).

Si decide di trascurare la prima via in quanto presenta i dubbi maggiori e non sarebbe neanche verificata. Il prossimo sottoparagrafo invece sarà dedicato al secondo caso:

4.2.1 SED mediata su volume di controllo

La complessità di questa procedura risiede nel fatto che è richiesta la conoscenza dell'andamento delle funzioni angolari $f(\theta)_{ij}$ per poter eseguire l'integrazione anche sull'angolo θ .

Essendo questo il caso più "completo", in quanto coinvolge un volume di materiale e anche il più simile alla procedura classica di calcolo del SED, per esso sarà eseguita successivamente una reale verifica di affidabilità del metodo.

Per comodità la parte dipendente da θ verrà indicata con "C":

$$C = f(\theta)_{rr}^2 + f(\theta)_{\theta\theta}^2 - 2\nu f(\theta)_{rr} f(\theta)_{\theta\theta} + 2(1+\nu) f(\theta)_{r\theta}^2 \quad (41)$$

A questo punto si calcola l'integrale sull'area di controllo A , un settore circolare di materiale adesivo di raggio R e ampiezza angolare $\theta = \pi/2$:

$$E_R = \int_0^R \int_0^{\pi/2} W_{r,\theta} dA \quad (42)$$

Dal momento che $dA = r dr d\theta$ risulta:

$$E_R = \frac{K_1^2}{4\pi E} \int_0^R r^{2(\lambda-1)} r dr \int_0^{\pi/2} C d\theta \quad (43)$$

Ovvero:

$$E_R = \frac{K_1^2}{4\pi E} \frac{R^{2(\lambda-1)+2}}{2\lambda} \int_0^{\pi/2} C d\theta \quad (44)$$

Per calcolare la densità di energia mediata sull'area di controllo basta dividere per l'area del settore circolare ($R^2 \frac{\pi}{4}$):

$$\bar{W}_R = \frac{E_R}{R^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{4K_1^2}{4\pi^2 E} \frac{R^{2(\lambda-1)}}{2\lambda} \int_0^{\pi/2} C d\theta \quad (45)$$

Se il criterio è valido deve esistere una lunghezza di controllo critica R_c tale per cui il valore della densità di energia di deformazione $\bar{W}_{R,0}$ che porta il giunto a rottura sia lo stesso indipendentemente dallo spessore dello strato di adesivo (a parità di tutte le altre condizioni però, ovvero materiali a contatto e tipo di sollecitazione).

Nel metodo ideato da Lazzarin e Zambardi, al fine della determinazione del raggio critico del cerchio, vennero utilizzati come condizioni al contorno i 2 casi estremi, cioè quello relativo al materiale integro, privo di discontinuità geometriche, e quello dotato di una cricca. Seguendo una procedura simile, verranno ora ricercate le condizioni al contorno tali per cui sia possibile determinare R_c nel nostro caso.

Un'ipotesi è quella di eguagliare la \bar{W} relativa al solo adesivo integro (senza discontinuità geometriche e di materiale) con la \bar{W} calcolata in condizione bi-materiale e per uno spessore di adesivo tale per cui $h/w=1$, con w la larghezza del giunto. In questo modo il problema è risolvibile, anche se l'eliminazione dell'aderente in questa condizione potrebbe essere la causa di un'eventuale non validità della procedura. Vengono dunque eguagliati $\bar{W}_{c,ADH}$ e $\bar{W}_{c,h/w=1}$, i cui pedici c stanno a indicare che si tratta del valore di W che porta a rottura, il pedice ADH è in riferimento al solo adesivo, il pedice $h/w = 1$ si riferisce alla condizione relativa al secondo caso estremo per il calcolo della lunghezza critica R . Dunque:

$$\bar{W}_{c,ADH} = \bar{W}_{c,h/w=1} \quad (46)$$

Ovvero:

$$\frac{\sigma_L^2}{2E} = \frac{4K_{1c}^2}{4\pi^2E} \frac{R^{2(\lambda-1)}}{2\lambda} \int_0^{\frac{\pi}{2}} C d\theta \quad (47)$$

Con E il modulo di Young del solo adesivo e σ_L la tensione limite di rottura del solo adesivo.

Per quanto riguarda la determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni critico K_{1c} e dell'autovalore λ e dell'integrale della funzione angolare sono necessari i dati ottenibili da simulazioni numeriche e prove sperimentali (presenti nei successivi paragrafi).

4.3 RISULTATI SPERIMENTALI OTTENUTI PER GIUNTI TESTA A TESTA

Come anticipato, purtroppo in letteratura non sembrano essere presenti risultati sperimentali riguardo a test di trazione su giunti incollati in funzione dell'angolo di fillet dell'adesivo.

A livello industriale è più utile conoscere le performance del giunto incollato al variare dello spessore di adesivo: questo ha condotto alcuni ricercatori a eseguire alcuni test su vari tipi di giunti al variare dello stesso, anche per configurazioni butt-joint ([15] e [16]). Nei pochi articoli pubblicati a riguardo, i valori di tensione di rottura sono in

alcuni casi plottati in funzione dello spessore, in altri casi in funzione del rapporto tra lo spessore e la larghezza del giunto.

Questi risultati sono fondamentali per la conferma della validità del metodo, in quanto consentono di conoscere quale tensione in ingresso inserire nei modelli FEM per la determinazione della densità di energia.

Nonostante in questo elaborato vengano considerati i dati sperimentali ottenuti dai test condotti da Yasuaki Suzuki della Suzuki Adhesion Institute of Technology [17], verranno qui di seguito riportati anche altri risultati di test di trazione condotti su giunti butt joint (figure 36,37,38).

In questo modo è possibile confermare la dipendenza esistente tra

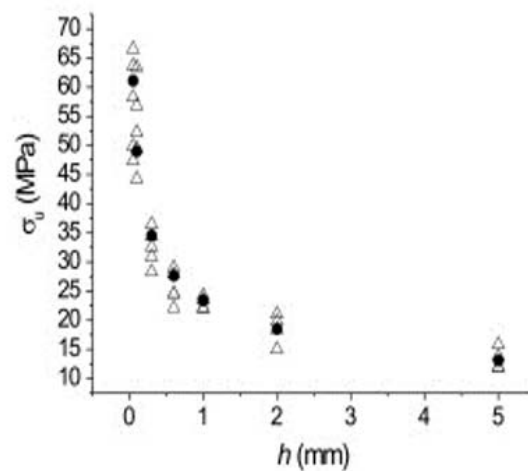


Figura 36: Risultati sperimentali su provini butt-joints condotti da Yasuaki Suzuki della Suzuki Adhesion Institute of Technology []

carico di rottura e spessore dell'adesivo, la quale è molto simile in tutti i casi, indipendentemente dal tipo di resina epossidica utilizzata e geometria di giunti testa a testa. Ovviamente questo ragionamento è valido solo per adesivi fragili (come appunto le resine epossidiche) e aderenti molto più rigidi dell'adesivo (come gli acciai).

4.3.1 Geometria dei giunti

I risultati sperimentali esposti in precedenza sono relativi a geometrie di giunti leggermente diverse tra loro. In particolare la lunghezza e il diametro del giunto variano, anche se non di molto. Tra questi poi solo il diametro o la larghezza del giunto possono incidere sensibilmente sulle performance meccaniche.

I modelli FEM esposti in questo capitolo fanno riferimento ad una geometria di giunto normata (figura 39). In particolare è stato rispettato lo standard relativo ai test eseguiti su materiali polimerici (ISO 6922).

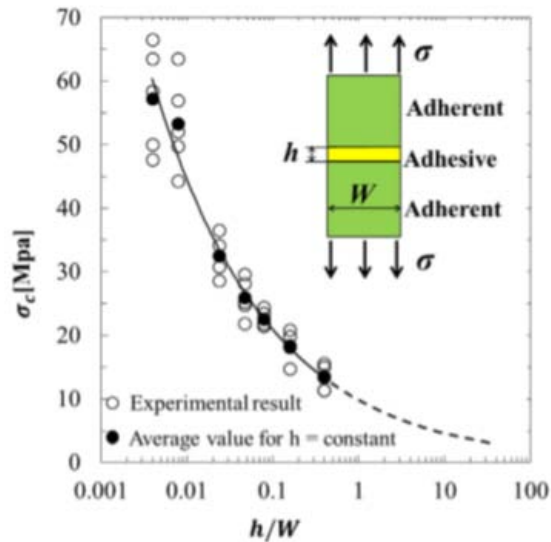


Figura 37: Risultati sperimentali su provini butt-joints presenti nell'articolo "Intensity of singular stress field over the entire bond line thickness range useful for evaluating the adhesive strength for plate and cylinder butt joints"

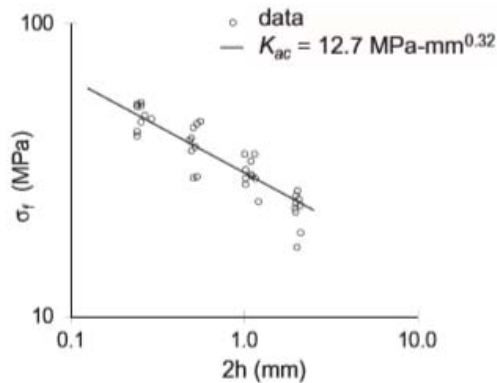


Figura 38: Risultati sperimentali su provini butt-joints presenti nell'articolo "Cohesive zone finite elements analysis of crack initiation from a butt joint interface corner"

All'interno della ISO 6922 sono presenti le specifiche relative ai giunti testa a testa (ASTM D 897, ASTM D 2095, BS EN 26922).

4.3.2 Risultati di Y. Suzuki

Per validare il metodo SED sono stati utilizzati i risultati derivanti dalle prove condotte nel 1985 da Yasuaki Suzuki della "Suzuki Adhesion Institute".

Nell'articolo "Adhesive tensile strengths of scarf and butt joints of steel plates" sono presenti diversi risultati relativi a provini normati

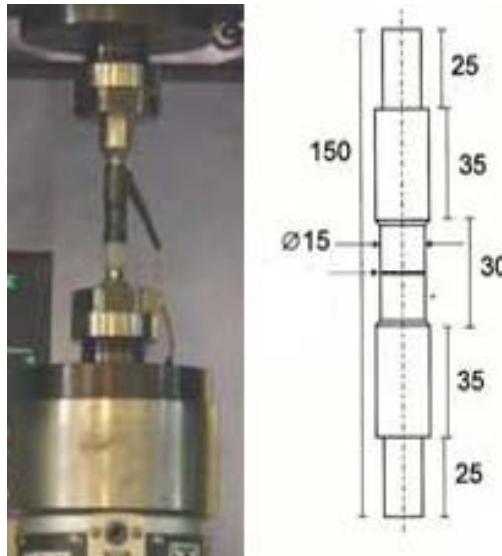


Figura 39: A sinistra: cylindrical butt joint sottoposto a trazione. A destra: Dimensioni normate per un cylindrical butt joint

di tipo butt joint e scarf joint. Per quanto riguarda i primi sono stati presi in considerazione quelli che fanno uso della resina epossidica "Epikote 828", una resina a base di bisfenolo A. Essa presenta le seguenti proprietà meccaniche:

$$E = 3140 \text{ MPa} \quad \nu = 0,37 \quad \sigma_{\max} = 65 \text{ MPa} \quad (48)$$

Il valore σ_{\max} è la tensione di rottura del singolo materiale adesivo sottoposto a trazione, e dunque privo di interfacce bi-componente. Nella figura 36 presente a inizio paragrafo sono stati esposti i risultati relativi al test.

4.4 MODELLI FEM PER GIUNTI TESTA A TESTA

In questa parte dell'elaborato verrà trattata la parte relativa alle simulazioni numeriche che sono state effettuate per mezzo del software FEM "Ansys".

Lo scopo è quello di trovare il profilo delle tensioni singolari in prossimità dell'estremità della zona di interfaccia adesivo-aderente, al fine di calcolare K_{Ic} (o H_c), gli autovalori e i termini $f(\theta)_{ij}$.

4.4.1 Scelta degli spessori del layer adesivo

Complessivamente sono stati realizzati 4 modelli di giunti, la cui geometria è sempre la stessa ad eccezione dello spessore dello strato adesivo. La geometria è quella conforme alla ISO 6922, rappresentata in figura 39. In particolare lo studio ha riguardato questi 4 spessori di resina epossidica:

- $h=0,12$ mm
- $h=0,4$ mm
- $h=2,0$ mm
- $h=7,5$ mm

Lo spessore più piccolo corrisponde all'incirca allo spessore minimo che normalmente si realizza tra 2 aderenti. Lo spessore massimo coincide alla situazione $h/w=1$, ovvero a uno dei casi estremi scelti per il calcolo del raggio critico (la larghezza del giunto è pari a 7,5 mm).

4.4.2 Scelta elemento e materiale

L'elemento scelto per le analisi è l'elemento solido PLANE 183, con opzione di asial-simmetria (il giunto possiede geometria cilindrica). Le proprietà dei materiali a contatto scelti per le simulazioni sono le seguenti:

- Aderenti: Acciaio ($E=206$ GPa, $\nu = 0,3$)
- Adesivo: Resina epossidica "Epikote 828", a base di Bisfenolo A ($E=3,140$ GPa, $\nu = 0,37$, $\sigma_L = 65$ MPa)

4.4.3 Costruzione della geometria

In virtù della doppia simmetria del giunto, è stato sufficiente modellare solo un quarto di esso, ovvero la parte in alto a destra. L'asse di mezzzeria passa sempre per il centro dello spessore di adesivo e dunque per ognuno dei 4 modelli è visibile solo la metà superiore di esso, come si vede nelle figure (40 e 41).

Per la costruzione della geometria sono stati innanzitutto posizionati i Keypoints, collegati da linee e archi.

E' stata prestata particolare attenzione alla modellazione della zona all'apice dell'interfaccia, in cui per una corretta analisi tensionale gli elementi più piccoli dovevano avere lati almeno 4 ordini di grandezza inferiori rispetto alla lunghezza dello spessore dell'adesivo.

Per guidare la modellazione nel punto di singolarità sono state disegnate due aree circolari, di 0,05 mm e 0,0001 mm rispettivamente. Sono aree più piccole rispetto a quelle utilizzate per la verifica SED di materiali metallici, questo perchè la zona di plasticizzazione dovuta alla presenza della singolarità è molto più piccola rispetto a quella degli acciai. Questo fatto è dovuto alla diverse proprietà di rigidità e modulo di Poisson dei polimeri rispetto a quelle dei materiali metallici.

Le immagini pertinenti alla zona di di singolarità sono presenti nel prossimo sotto-paragrafo.



Figura 40: Modelli FEM relativi alle geometrie con spessori dell'adesivo di 0.12 mm e 0.4 mm rispettivamente



Figura 41: Modelli FEM relativi alle geometrie con spessori dell'adesivo di 2 mm e 7.5 mm rispettivamente

4.4.4 Mesh

Per creare una mesh raffinata, sono state adottate delle suddivisioni sulle linee in prossimità delle zone critiche (di raggio $R_1=0,0001\text{mm}$ e $R_2=0,05\text{mm}$):

- raggio R_1 : 5,1
- quarto di circonferenza R_1 : 8,1
- raggio R_2 : 50,250
- quarto di circonferenza R_2 : 8,1

Il secondo numero è riferito allo spacing ratio.

Agli elementi più lontani è stata affidata una mesh grossolana (lato

pari a 1 mm). Tra zona critica ed elementi lontani sono state definite altre zone di transizione, le cui mesh sono tali da mantenere un certo gradiente di dimensione degli elementi. In questo modo il carico viene correttamente distribuito dalle zone a mesh rada a quelle a mesh fitta. Per le aree circolari si è utilizzato il comando:

Preprocessor > Meshing > Size Controls > Concentration KP

Questo serve per creare una mesh radiale partendo dal centro della circonferenza. Il risultato, all'apice della cricca, è quello di figura 42.

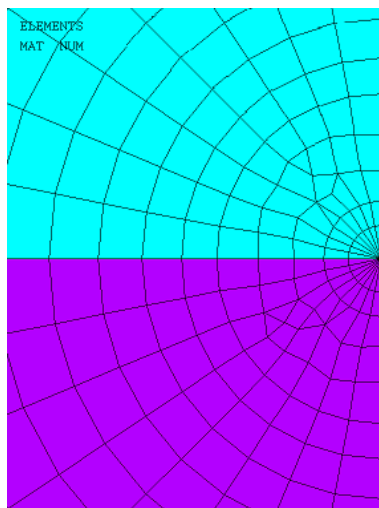


Figura 42: Elementi più piccoli all'apice della zona di singolarità

Per le aree circolari è stato utilizzato il comando per creare una “mesh free”. Le altre aree invece sono state meshate con il comando “mesh mapped”. In entrambi i casi sono state usati elementi di forma quadrangolare.

Verranno riportate qui di seguito delle immagini relative alla mesh adottata in prossimità dell'apice per ogni spessore modellato (figure 43-46). Si consideri che il tipo di mesh all'interno delle 2 aree circolari è il medesimo per tutti gli spessori, ciò che può variare è solo la mesh più esterna e solo per quanto concerne lo strato di adesivo (in viola).

4.4.5 Condizioni di vincolo e di carico

Si è vincolato il lato inferiore (lungo l'asse x) e il lato a sinistra lungo l'asse y (quest'ultimo vincolo non è necessario perché è già stata scelta l'assialsimmetria come opzione all'inizio).

E' stata poi applicata una pressione di 1MPa di trazione sul lato superiore (figura 47, relativa alla configurazione con spessore $h=0,12\text{mm}$).

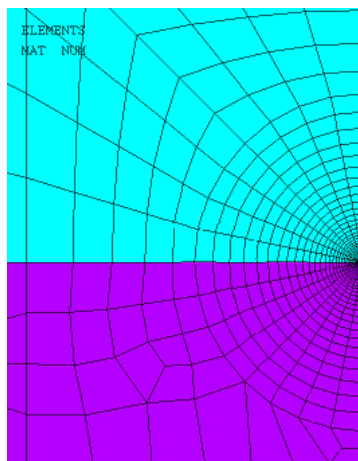


Figura 43: Mesh all'apice di singolarità per spessore $h=0,12$ mm

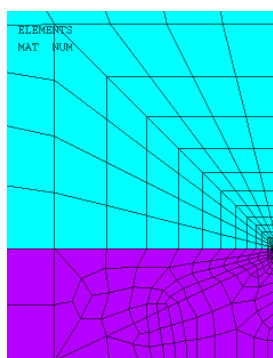


Figura 44: Mesh all'apice di singolarità per spessore $h=0,4$ mm

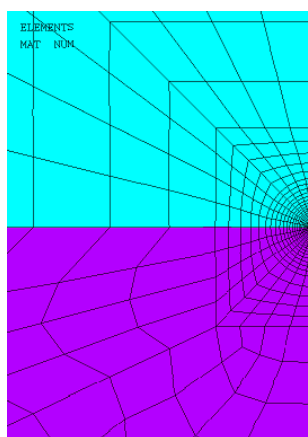


Figura 45: Mesh all'apice di singolarità per spessore $h=2$ mm

4.4.6 Soluzione e acquisizione dei profili tensionali

Il grafico della deformata è simile per tutti e 4 gli spessori modellati, si riporta in figura 48 l'immagine relativa a deformazione e tensione

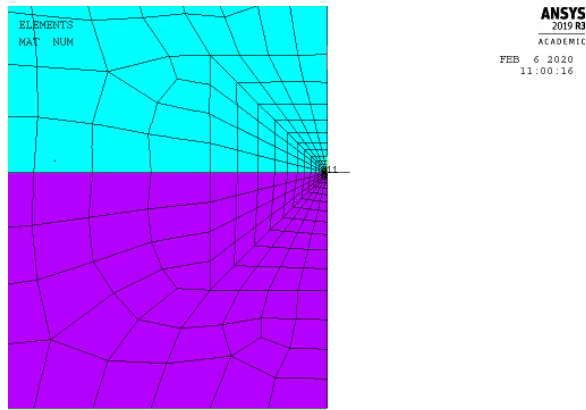


Figura 46: Mesh all'apice di singolarità per spessore $h=7,5$ mm



Figura 47: Vincoli e carichi (configurazione $h=0,12$ mm)

principale per la configurazione a spessore $h=2$ mm. Come poteva essere previsto i valori massimi della tensione si hanno proprio in prossimità degli apici dei punti critici, a causa della singolarità del campo tensionale lì presente.

Per analizzare in modo più qualitativo le tensioni in prossimità dei punti critici si sono generati dei “path”, ovvero dei percorsi lungo una selezione di nodi. Tali nodi giacciono su percorsi definiti a particolari angoli θ , compresi tra 0° e 90° ($\theta=0^\circ$ sull'interfaccia e $\theta=90^\circ$ sul bordo libero del lato di adesivo).

Lungo tali percorsi saranno valutati gli andamenti delle tensioni

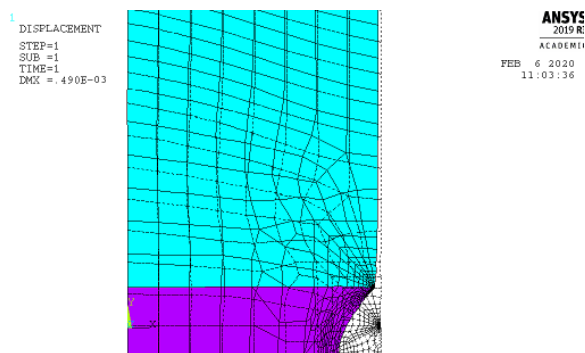


Figura 48: rappresentazione della deformazione che subisce il giunto in seguito all'applicazione di un carico di trazione

σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$.

Per ogni spessore di adesivo sono stati definiti 6 path, corrispondenti ad angoli θ di 0° , 11.2° , 22.5° , 45° , 68.5° , 90° (figura 49).

Deve essere anche cambiato il sistema di riferimento, che da global cartesian passa a polare ed è centrato all'apice di cricca.

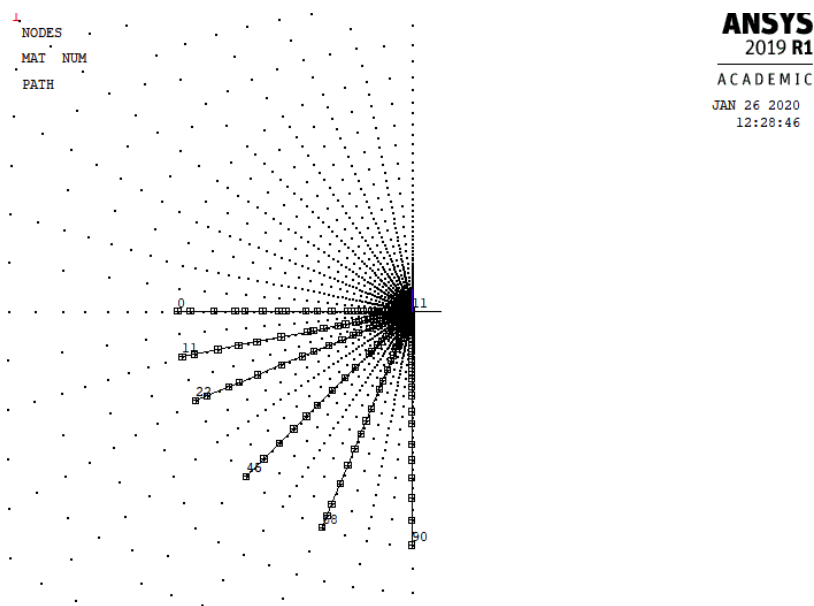


Figura 49: 6 path su cui sono state estrapolate le tensioni, corrispondenti ad angoli θ di 0° , 11.2° , 22.5° , 45° , 68.5° , 90°

Su ognuno di essi sono stati appunto estratti gli andamenti delle tensioni, con particolare attenzione però al caso $\theta=0^\circ$, in quanto prima di selezionare i nodi del path sono stati selezionati gli elementi all'interfaccia del lato di adesivo, per essere sicuri di non plottare le tensioni presenti sul lato dell'acciaio (figura 50).

Dopo aver selezionato tali nodi e creato il path è necessario creare un nuovo sistema di riferimento, di tipo polare, centrato all'apice

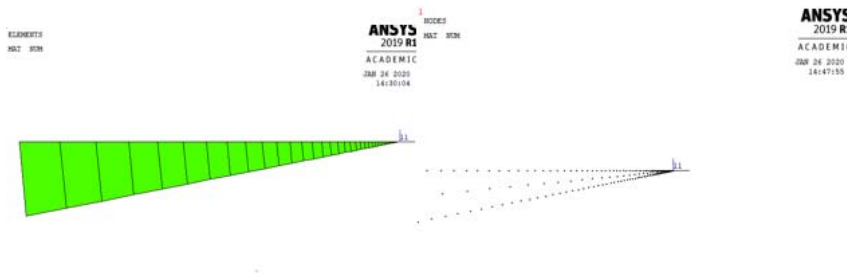


Figura 50: Elementi e nodi adiacenti all'interfaccia (lato adesivo)

dell'intaglio. In questo modo si può esportare correttamente la $\sigma_{\theta\theta}$, che sarà da utilizzare nelle formule per il calcolo di H.

4.5 ELABORAZIONE DEI DATI RACCOLTI

Dopo aver raccolto le informazioni lungo i path ed averle esportate in un file di testo, esse vengono elaborate in Excel. Si analizzano quindi σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ lungo i path e si tracciano i loro andamenti in un grafico doppio logaritmico.

Tutte le tabelle contenenti i dati raccolti dalle analisi numeriche e i relativi grafici sono presenti nell'appendice, e divisi per spessore dello strato di adesivo.

Ogni grafico correlato riporta la linea di tendenza e l'equazione esponenziale associata.

E' importante qui precisare che sono stati plottati i dati fino a una distanza r dall'apice di massimo 0,03 mm. Si è notato infatti che oltre tale valore la curva esponenziale di best fitting che prima descriveva bene l'andamento delle tensioni non può più essere utilizzata.

Nelle immagini che seguono (figure 51-56) sono riportati i grafici relativi all'andamento singolare delle 3 tensioni per ognuno dei 6 angoli θ (per la configurazione con spessore $h=0,12\text{mm}$, gli altri spessori presentano grafici molto simili e dunque non vengono qui riportati).

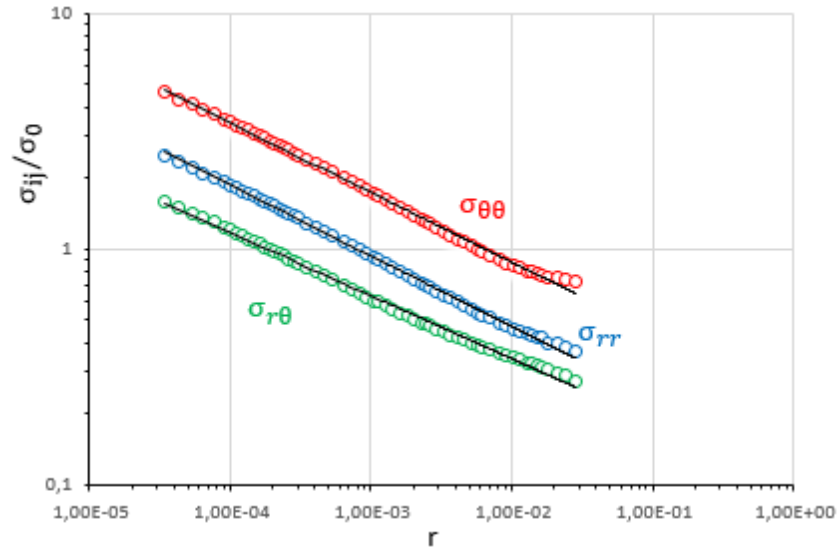


Figura 51: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ per il path a 0° ($h=0,12\text{mm}$)

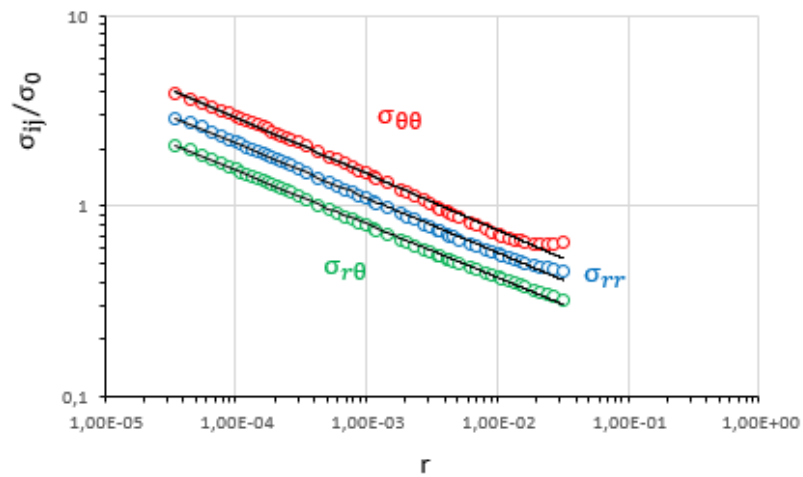


Figura 52: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ per il path a $11,2^\circ$ ($h=0,12\text{mm}$)

4.5.1 Grado di singolarità

Il primo passo è stato quello di determinare il grado di singolarità delle tensioni e l'autovalore λ .

Per farlo è stato necessario aggiungere una linea di tendenza ai grafici doppiamente logaritmici ad andamento esponenziale, tale che fittasse al meglio i risultati numerici.

L'esponente che ne risulta non è ancora λ ma $\lambda - 1$, in quanto l'equa-

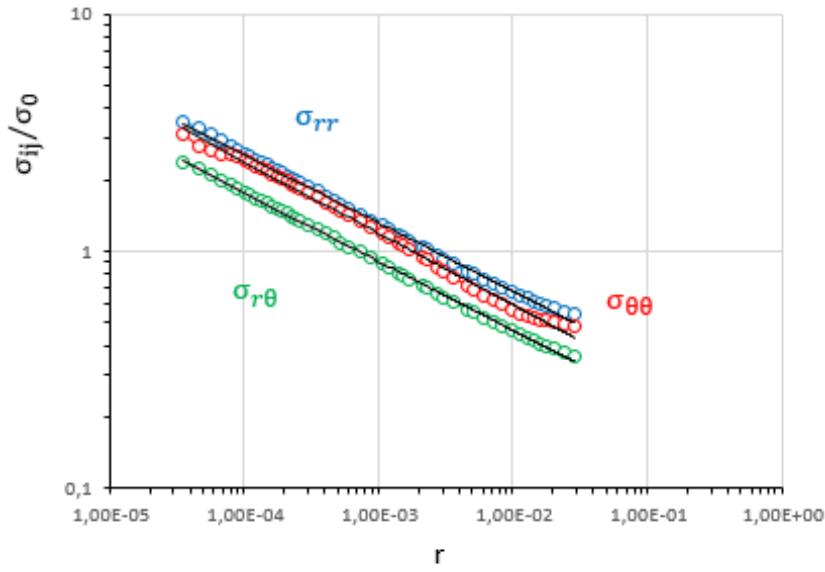


Figura 53: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ per il path a $22,5^\circ$ ($h=0,12\text{mm}$)

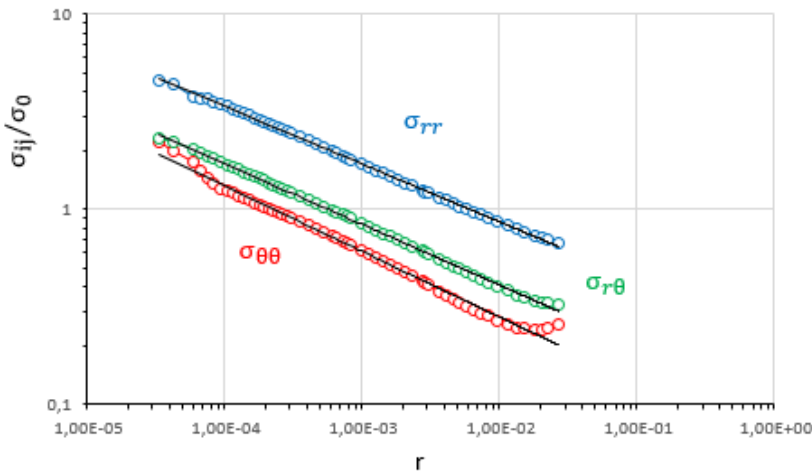


Figura 54: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ per il path a 45° ($h=0,12\text{mm}$)

zione che lega la distanza alle tensioni σ_{ij} è la seguente:

$$\sigma_{ij} = H r^{\lambda-1} f(\theta)_{ij} \quad (49)$$

Dunque l'autovalore si ottiene semplicemente sommando 1 all'esponente della funzione esponenziale.

Sono stati ottenuti i gradi di singolarità per tutte e 3 le tensioni, per ogni path (6 per spessore) e per tutti e 4 gli spessori.

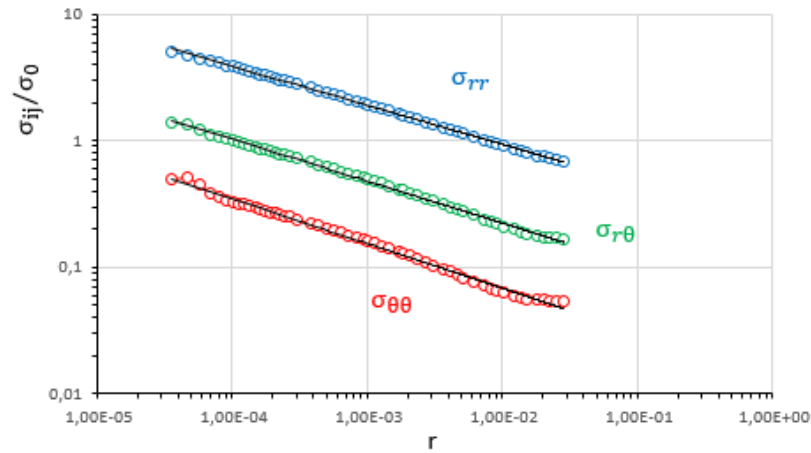


Figura 55: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ per il path a $68,5^\circ$ ($h=0,12\text{mm}$)

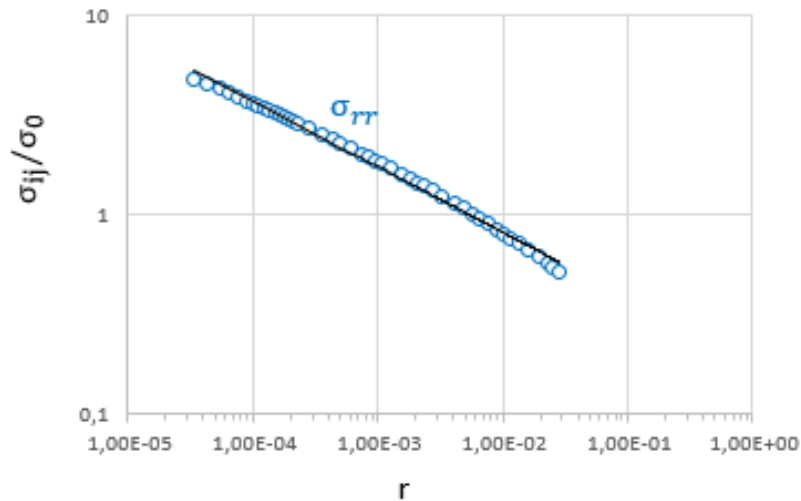


Figura 56: andamento singolare delle tensioni σ_{rr} per il path a 90° ($h=0,12\text{mm}$). In questo caso le tensioni $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$ sono praticamente pari a zero e quindi non rappresentate.

Riassumendo i risultati ottenuti per tutti i vari casi, è possibile affermare che il grado di singolarità non è dipendente nè dal tipo di tensione, nè dallo spessore. Solo per le $\sigma_{\theta\theta}$ è stato a volte riscontrato un lieve cambiamento di questo valore, ma solo in funzione dell'angolo θ , non dello spessore.

Nei 4 grafici che seguono (figure 57-60) sono riporti appunto i valori dell'autovalore λ in funzione dell'angolo θ . Come si può notare non sono registrate quasi mai significative variazioni dello stesso, che si mantiene stabile intorno a 0,7.

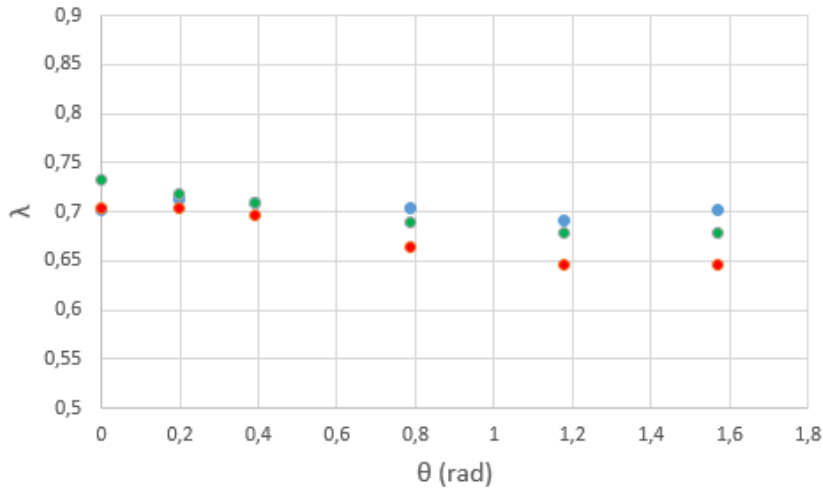


Figura 57: Autovalore in funzione dell'angolo θ , in blu le λ relative alla σ_{rr} in rosso le λ relative alla $\sigma_{\theta\theta}$, in verde le λ relative alla $\sigma_{r\theta}$ (spessore $h=0,12$ mm)

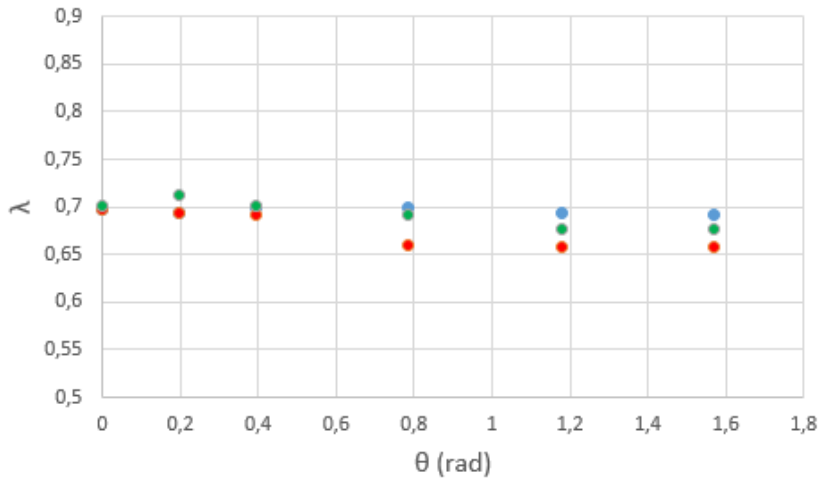


Figura 58: Autovalore in funzione dell'angolo θ , in blu le λ relative alla σ_{rr} in rosso le λ relative alla $\sigma_{\theta\theta}$, in verde le λ relative alla $\sigma_{r\theta}$ (spessore $h=0,4$ mm)

A questo punto possiamo proseguire lo studio prendendo proprio 0,7 come autovalore e $1 - \lambda = 0,3$ come grado di singolarità. E' importante notare che questo valore trova conferma anche con l'equazione (21) presente nel paragrafo 2.6, che si avvale dei parametri di Dundurs per il calcolo. E' possibile trovare un'ulteriore conferma nell'articolo [18] presente in bibliografia: in esso è stato ricavato analiticamente l'autovalore in funzione del rapporto tra i moduli elastici degli elementi a contatto (e nel caso di interfaccia acciaio-adesivo l'autovalore è proprio 0,7). Dunque è possibile per il momento affermare che i risultati delle analisi numeriche sono allineati con i risultati derivanti dagli studi analitici, almeno per quanto riguarda i gradi di

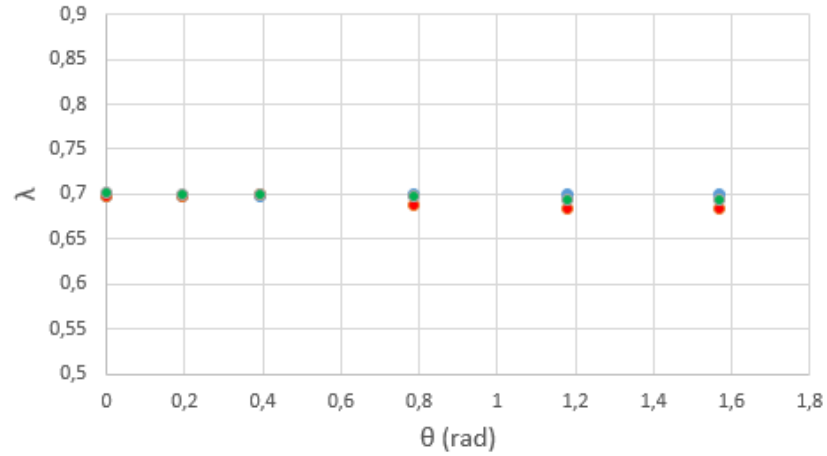


Figura 59: Autovalore in funzione dell'angolo θ , in blu le λ relative alla σ_{rr} in rosso le λ relative alla $\sigma_{\theta\theta}$, in verde le λ relative alla $\sigma_{r\theta}$ (spessore $h=2$ mm)

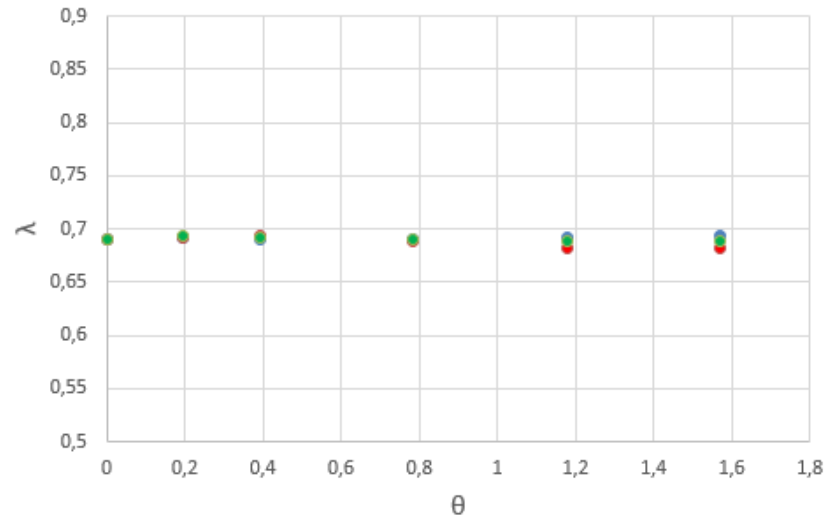


Figura 60: Autovalore in funzione dell'angolo θ , in blu le λ relative alla σ_{rr} in rosso le λ relative alla $\sigma_{\theta\theta}$, in verde le λ relative alla $\sigma_{r\theta}$ (spessore $h=7,5$ mm)

singularità.

4.5.2 Determinazione dei fattori di intensificazione delle tensioni

I fattori di intensificazione generalizzati delle tensioni H sono univoci per ogni spessore. Il calcolo è stato effettuato avvalendosi della seguente, ovvero l'equazione (49) invertita:

$$H = \frac{\sigma_{\theta\theta} r^{1-\lambda}}{f(\theta)_{\theta\theta}} \quad (50)$$

E valutati in corrispondenza di un angolo $\theta = 0^\circ$. Dato che $f(\theta)_{\theta\theta} = 1$, il denominatore della (50) è eliminabile.

Questi che seguono sono i valori di H calcolati per a una tensione di trazione di 1 MPa in ingresso:

- per $h=0,12$ mm: $H=0,224 \text{ MPamm}^{0,3}$
- per $h=0,4$ m: $H=0,305 \text{ MPamm}^{0,3}$
- per $h=2,0$ mm: $H=0,553 \text{ MPamm}^{0,3}$
- per $h=7,5$ mm: $H=0,898 \text{ MPamm}^{0,3}$

Si può notare come il valore H cresca significativamente all'aumentare dello spessore, a parità di tensione in ingresso.

Per conoscere il valore di H relativo a una tensione di trazione diversa da 1 MPa, è sufficiente moltiplicare i valori appena ricavati per il valore di tensione stessa, e il risultato sarà affidabile perchè la resina eposidica è fragile e a comportamento prevalentemente elastico (almeno fino ad un valore critico H_c che sarà successivamente stabilito).

4.5.3 Calcolo delle funzioni angolari

Una volta ottenuti i valori del coefficiente di intensificazione delle tensioni (per 1 MPa di carico) è stato possibile determinare le funzioni angolari, attraverso la seguente (ovvero la (50) invertita):

$$f(\theta)_{ij} = \frac{\sigma_{ij} r^{1-\lambda}}{H} \quad (51)$$

Ciò è stato fatto per ogni spessore di adesivo e le tabelle dei risultati sono anch'esse presenti nell'appendice.

Sono stati realizzati poi i grafici delle figure 61-64, sulla base appunto dei risultati provenienti da una analisi puramente numerica (ad ogni curva è associata l'equazione di terzo grado che meglio la fitta):

Dai questi grafici risultano piuttosto chiari e definiti gli andamenti delle funzioni angolari; i punti sono stati fittati con curve esponenziali di terzo grado, e divise per colore a seconda del tipo di tensione (σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ e $\tau_{r\theta}$).

Gli scostamenti sono molto lievi al variare dello spessore, e questo è in accordo con gli studi analitici condotti in passato (si vedano gli elaborati dei professori P. Lazzarin, M. Quaresimin e P. Ferro: [11] e [20] presenti in bibliografia), in quanto devono dipendere solo dal modulo di Poisson. E' anche vero che questi grafici sono per di più sovrapponibili, e questo conferma la correttezza delle elaborazioni dei dati che sono state condotte.

Questi andamenti saranno molto importanti per la determinazione del raggio critico, in quanto necessari al calcolo del secondo integrale dell'equazione del SED.

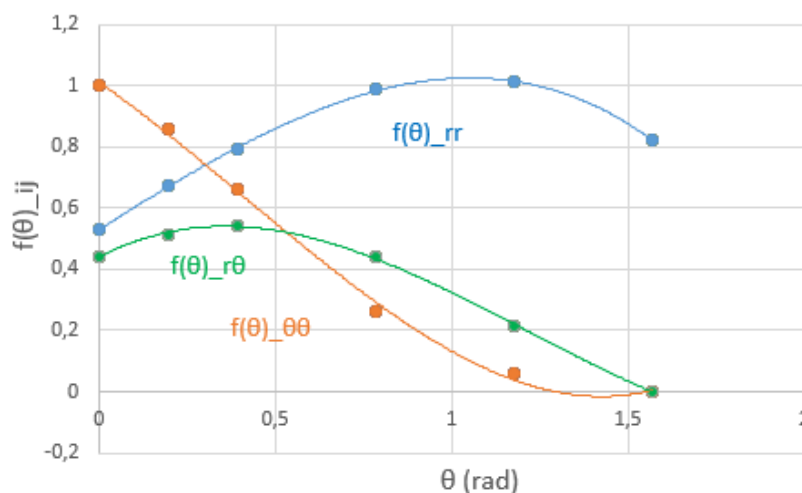


Figura 61: Andamento delle funzioni angolari in funzione dell'angolo ($h=0,12$ mm)

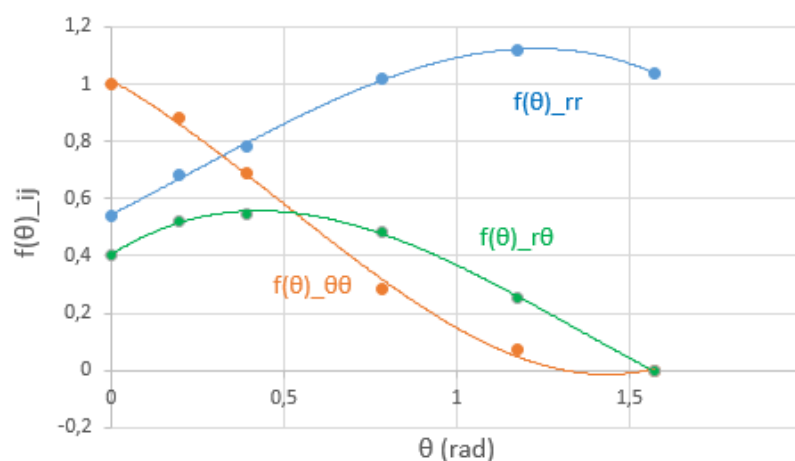


Figura 62: Andamento delle funzioni angolari in funzione dell'angolo ($h=0,4$ mm)

4.6 UTILIZZO DEI SIF COME CRITERIO DI CEDIMENTO

In letteratura sono già presenti alcuni articoli in cui si propone di utilizzare i SIF come criterio di cedimento delle giunzioni incollate, per varie geometrie di giunto.

Il successo alla base di questo metodo è dovuto al fatto che è stata dimostrata l'esistenza di un valore critico (H_c o K_c) per cui si giunge a rottura indipendentemente dallo spessore di layer adesivo. Un problema è legato al fatto che tale valore non sembra essere dipendente solo dalla natura dei materiali a contatto ma anche dalla geometria in esame.

Dal momento che il criterio SED presuppone la validità del criterio basato sui SIF, in questo paragrafo si cercherà di verificare se con

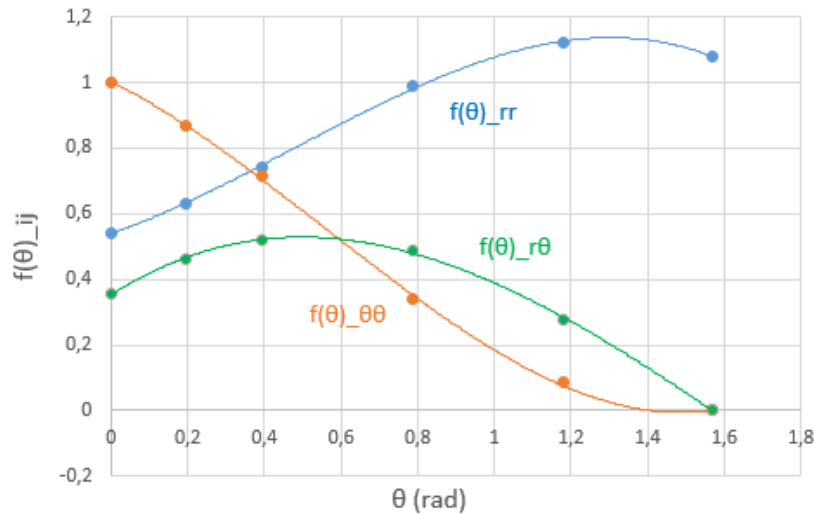


Figura 63: Andamento delle funzioni angolari in funzione dell'angolo ($h=2$ mm)

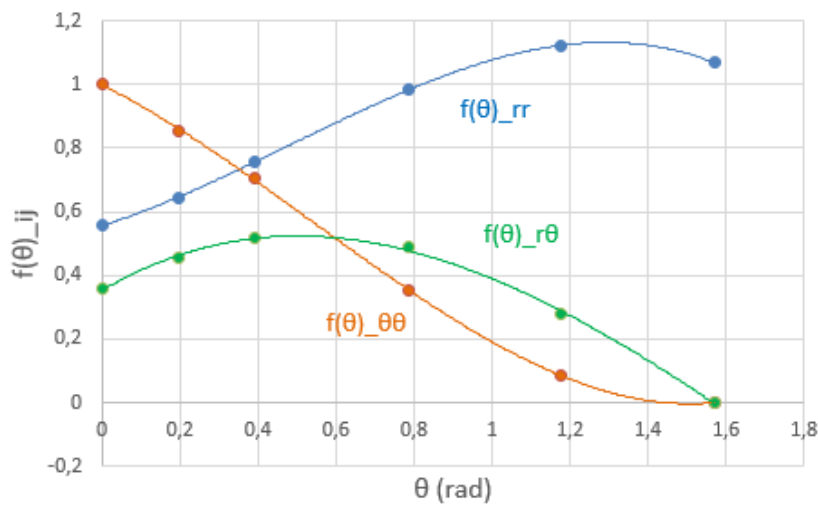


Figura 64: Andamento delle funzioni angolari in funzione dell'angolo ($h=7,5$ mm)

lo studio condotto su queste geometrie se ci sono i presupposti per poterlo utilizzare.

Come accennato saranno necessari i risultati derivanti da studi sperimentali, i quali non sono stati condotti personalmente ma è possibile fare riferimento a quelli riportati nell'articolo "Adhesive tensile strengths of scarf and butt joints of steel plates" di Yasuaki Suzuki [17].

Possono essere ritenuti validi in quanto la geometria dei provini butt-joint da lui utilizzata è molto simile a quella modellata al FEM e le proprietà dei materiali a contatto sono le medesime; esse sono riportate nuovamente in questo paragrafo:

$$E = 3140 \text{ MPa} \quad \nu = 0,37 \quad \sigma_{\max} = 65 \text{ MPa} \quad (52)$$

Gli spessori di resina epossidica impiegati nello studio di Suzuki sono 0.05 mm, 0.1 mm, 0.3 mm, 0.6 mm, 1 mm, 2 mm, 5 mm, e i risultati di carico di rottura in funzione allo spessore sono riportati nel grafico di figura 65.

Riportando ora i valori medi dei carichi di rottura in funzione dello

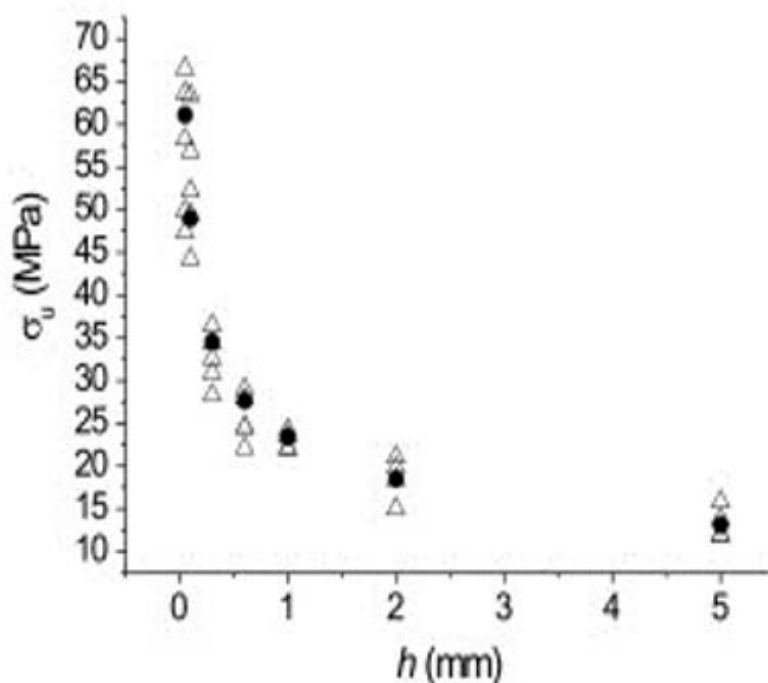


Figura 65: Risultati sperimentali condotti dalla "Suzuki Adhesion Institute of Technology" per i giunti in esame

spessore su un nuovo grafico e aggiungendo una linea di tendenza si ottiene il grafico di figura 66.

Avendo abbastanza punti di riferimento, l'andamento della curva è ben definito (il quale trova conferma con gli altri studi riportati a inizio paragrafo). E' dunque possibile utilizzare l'equazione della linea di best fitting per trovare il carico critico sperimentale associato ai 4 spessori che sono stati modellati:

- per $h=0,12$ mm: $\sigma_l = 47,1$ MPa
- per $h=0,4$ m: $\sigma_l = 31,7$ MPa
- per $h=2,0$ mm: $\sigma_l = 18,7$ MPa
- per $h=7,5$ mm: $\sigma_l = 12,1$ MPa

Il passo successivo è quello di moltiplicare questi valori per il corrispondente stress intensity factor H ricavato per ognuno di questi spessori applicando 1MPa di tensione. Si ottengono i seguenti valori critici di H_c :

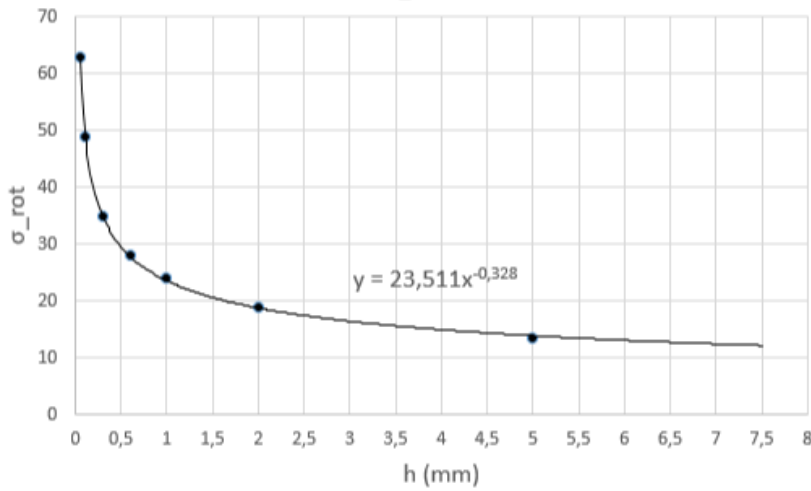


Figura 66: Grafico analogo al precedente, questa volta è stata aggiunta una linea di tendenza e la sua relativa equazione di best-fitting

- per $h=0,12$ mm: $H_c = 47,1 * 0,224 = 10,6 \text{ MPa mm}^{0,3}$
- per $h=0,4$ m: $H_c = 31,7 * 0,305 = 9,7 \text{ MPa mm}^{0,3}$
- per $h=2,0$ mm: $H_c = 18,7 * 0,553 = 10,4 \text{ MPa mm}^{0,3}$
- per $h=7,5$ mm: $H_c = 12,1 * 0,898 = 10,8 \text{ MPa mm}^{0,3}$

Come si può osservare i valori di H_c sono simili tra loro, dunque anche in questo studio è confermata la validità dei SIF come criterio di cedimento.

A questo punto si pensa di utilizzare il valore medio dei risultati ottenuti come dato di H_c ($H_c=10,3 \text{ MPa mm}^{0,3}$). Si hanno ora i presupposti per poter continuare con la verifica del criterio SED. In particolare il passo successivo sarà la determinazione del raggio di controllo R entro cui valutare la densità di energia.

4.7 CALCOLO DEL RAGGIO CRITICO

4.7.1 Calcolo dell'integrale delle funzioni angolari

Le espressioni delle funzioni angolari sono riportate nel paragrafo 4.5.3, ovvero le equazioni di terzo grado ricavate per best fitting da analisi numerica.

Come anticipato nel paragrafo 4.2.1, nell'equazione del SED è presente il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(\theta)_{rr}^2 + f(\theta)_{\theta\theta}^2 - 2\nu f(\theta)_{rr} f(\theta)_{\theta\theta} + 2(1+\nu) f(\theta)_{r\theta}^2] d\theta \quad (53)$$

Il quale può essere risolto sostituendo alle varie $f(\theta)_{ij}$ le equazioni di terzo grado ricavate.

Per eseguire i calcoli in tempi brevi ci si è avvalsi di programmi di calcolo integrale con i quali è stato possibile ottenere i risultati riassunti nella seguente tabella:

h	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)_r^2 d\theta$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)_\theta^2 d\theta$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)_r f(\theta)_\theta d\theta$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)_{r\theta}^2 d\theta$
0,12	1,27	0,37	0,43	0,25
0,4	1,43	0,40	0,46	0,26
2	1,42	0,42	0,49	0,26
7,5	1,41	0,42	0,49	0,25

(54)

Che sostituiti nell'equazione (53) danno i seguenti risultati:

- per $h=0,12$ mm: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta = 2,00$
- per $h=0,4$ m: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta = 2,20$
- per $h=2,0$ mm: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta = 2,19$
- per $h=7,5$ mm: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta = 2,15$

Come si può notare i valori dell'integrale della funzione angolari sono simili tra loro e vicino a 2. Non essendo riscontrato un particolare andamento crescente o decrescente di tali valori, si proseguirà la trattazione prendendo come riferimento la media di essi, supponendo che le piccole variazioni siano dovute solo a errori di approssimazione nell'acquisizione o nell'elaborazione dei dati.

Fatta questa precisazione, eseguendo la media si ricava la seguente, valida per ogni spessore di resina:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta = 2,13 \quad (55)$$

4.7.2 Raggio critico per SED mediata su volume di controllo

A questo punto si hanno tutti i dati necessari per concludere la trattazione: ovvero H_c , λ e l'integrale della funzione angolare.

Questi 3 risultati sembrano essere indipendenti dallo spessore di adesivo, e ciò trova conferma in altre trattazioni analitico/sperimentali condotte in passato.[]

Il calcolo del raggio di controllo è determinabile dall'equazione (47), presentata nel paragrafo 4.2.1:

$$\frac{\sigma_L^2}{2E} = \frac{4K_{Ic}^2}{4\pi^2 E} \frac{R^{2(\lambda-1)}}{2\lambda} \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cd\theta \quad (56)$$

Si effettuano all'interno dell'equazione tali sostituzioni:

- $\sigma_l = 65\text{MPa}$
- $E = 3140\text{MPa}$
- $K_{1c} = Hc * \sqrt{2\pi} = 10,3\sqrt{2\pi}$
- $\lambda = 0,7$
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} C d\theta = 2,13$

Da cui si ricava l'unica incognita, R:

$$R = 6,2 * 10^{-3}\text{mm} \quad (57)$$

Il fatto che sia inferiore a 0,03 mm è positivo, infatti solo un valore compreso nel range di affidabilità della curva di fitting dei risultati numerici è ammesso. Se fosse maggiore lo studio si complicherebbe in quanto le tensioni relative ad una distanza r dall'apice maggiore di 0,03-0,04 mm non rispettano più gli andamenti esponenziali finora ricavati, e a quel punto sarebbe necessario trovare una seconda retta di fitting (nel grafico doppio logaritmico) e raccordare le 2.

Il raggio ricavato è una lunghezza molto bassa, relativamente ai raggi di controllo utilizzati per la determinazione classica del SED su materiali metallici intagliati (circa 2 ordini di grandezza in meno).

Una spiegazione di ciò può essere ricercata negli articoli [19], [20] e [21] presenti in bibliografia, in cui si fa riferimento alla grandezza della zona di processo all'apice della singolarità per le giunzioni adesive. Essendo infatti essa molto più piccola di quella pertinente ai metalli, anche il volume di controllo in cui valutare la densità di energia di deformazione ha senso che sia notevolmente inferiore.

4.8 CONFRONTO TRA SOLUZIONE ANALITICA E NUMERICA

La verifica della validità del criterio avverrà in 2 fasi:

- 1) Sarà confrontato il valore di densità di energia calcolato mediante l'equazione (56) con il valore ricavato da analisi numerica su modelli FEM analoghi ai precedenti ma dotati di un'area circolare di raggio R.
Nello specifico tali modelli FEM avranno in ingresso una tensione pari a quella di rottura per quel particolare spessore di adesivo (ricavata dai valori sperimentali di Suzuki presenti nel capitolo 4.6).
Per la correttezza del metodo questi 2 risultati dovrebbero essere quantomeno vicini tra loro.
- 2) I valori di SED (critica) ottenuti dai modelli FEM (sotto-paragrafo successivo), dovrebbero essere vicini tra loro, in modo da poter utilizzare un certo valore soglia di densità di energia come parametro per la previsione della resistenza statica dei giunti incollati testa a testa.

4.8.1 Modelli FEM per il calcolo della strain energy density

E' stato dunque necessario modellare altri 4 giunti, con geometria identica ai precedenti ma dotati all'apice di un'area circolare di raggio $R=0,0062$ mm. La mesh pertinente a quest'area è molto rada, come si può osservare in figura 67.

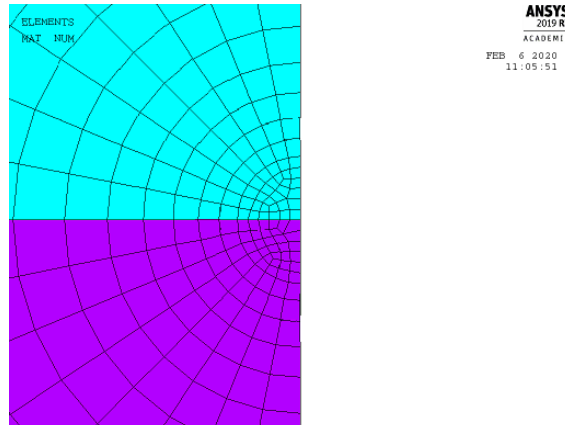


Figura 67: Mesh rada degli elementi contenuti all'interno del volume di controllo di raggio R

I vincoli sono gli stessi utilizzati per le precedenti analisi, solo che qui sono state applicate le seguenti tensioni in ingresso (ricavate nel paragrafo 4.6):

- per $h=0,12$ mm: $\sigma_l = 47,1$ MPa
- per $h=0,4$ m: $\sigma_l = 31,7$ MPa
- per $h=2,0$ mm: $\sigma_l = 18,7$ MPa
- per $h=7,5$ mm: $\sigma_l = 12,1$ MPa

Per ogni spessore sono stati quindi isolati gli elementi appartenenti al settore circolare di materiale adesivo e di raggio R (figura 68) e su di essi è stata ricavata energia e area attraverso il comando SENE e VOLU di Ansys rispettivamente.

Dopodichè questi valori sono stati divisi tra loro e i risultati sono presentati nella seguente tabella:

h	Energia (SENE)	Area (VOLU)	\bar{W}_R
0,12	0,000902895mJ	0,00151705mm ³	0,595mJ/mm ³
0,4	0,000897191mJ	0,00151705mm ³	0,592mJ/mm ³
2	0,000981771mJ	0,00151705mm ³	0,647mJ/mm ³
7,5	0,00104431mJ	0,00151705mm ³	0,688mJ/mm ³

(58)

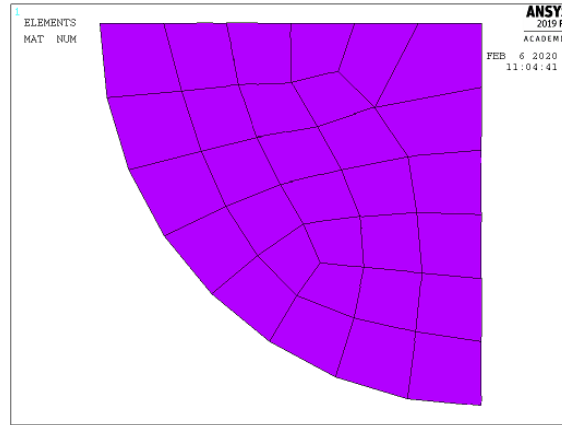


Figura 68: elementi appartenenti al settore circolare di materiale adesivo e di raggio R

Ora è possibile fare 2 conclusioni definitive sulla validità del metodo che saranno comunque poi riprese nel paragrafo 4.10 dedicato alle note conclusive.

Essendo:

$$\bar{W}_R = 0,672 \text{mJ/mm}^3 \quad (59)$$

la densità di energia critica calcolata attraverso l'equazione del SED (56), è stato dimostrato che:

- 1) I valori di SED derivante da analisi numerica presenti in tabella (58) sono vicini al valore calcolato attraverso l'equazione (56) (scostamento massimo: 11,9%).
- 2) I valori di SED derivante da analisi numerica presenti in tabella (58) sono simili tra loro (variazione massima: 13,9%).

Nel grafico di figura 69 è possibile visualizzare lo scostamento tra il valore teorico del SED ($\bar{W}_R = 0,672 \text{mJ/mm}^3$ e quello che risulta dalle simulazioni FEM per i 4 spessori di adesivo in esame).

4.9 INFLUENZA DELLO SMUSSO

La presenza di un angolo di raccordo o di uno smusso sul lato adesivo all'estremità dell'interfaccia acciaio/adesivo influenza intensità delle tensioni singolari, così come il fattore generalizzato di intensificazione delle tensioni H.

Non essendo state condotte simulazioni FEM a riguardo verrà preso come riferimento l'articolo [22] presente in bibliografia. Gli studi analitico-numerici presenti al suo interno dimostrano come la presenza dello smusso riduca il grado di singolarità $1 - \lambda$ rispetto alla geometria a spigolo vivo di 90° . In figura 70 è rappresentata rispettivamente a sinistra la geometria butt-joint con evidenziato l'angolo

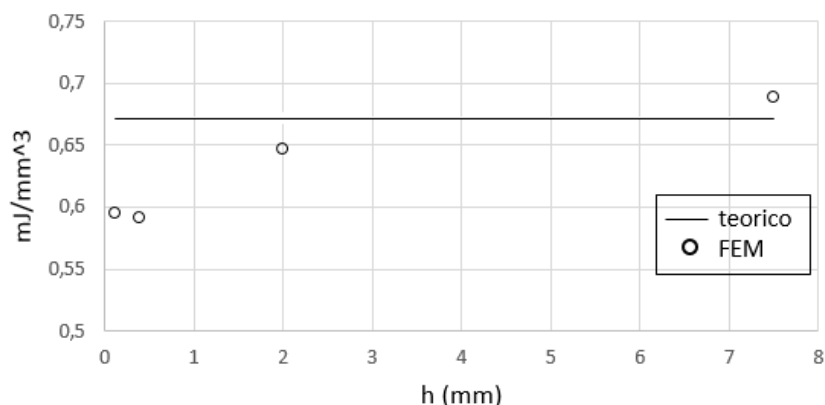


Figura 69: valore teorico del SED e risultati dalle simulazioni FEM per i 4 spessori di adesivo in esame messi a confronto

di smusso e a destra il grafico dell'andamento di $1 - \lambda$ in funzione dell'angolo stesso.

Nello specifico caso di figura 70, i cui aderenti non sono in materiale

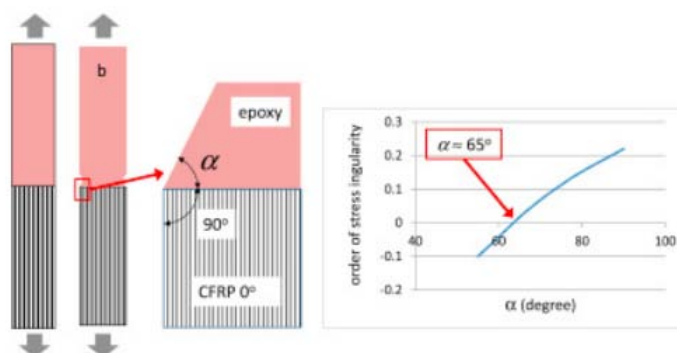


Figura 70: Influenza dell'angolo di smusso sul grado di singolarità delle tensioni per una geometria butt-joint [22]

isotropo (è un composito), il grado di singolarità corrispondente allo spigolo vivo di 90° non è 0,3 come ricavato in precedenza ma più basso. Ciò non importa perchè quello che interessa è l'esistenza di un'ampiezza angolare tale per cui il grado di singolarità si annulla. Questo fatto è rilevante perchè significa che introducendo un raccordo o uno smusso anche sul solo lato adesivo è possibile ridurre di molto l'intensità delle tensioni nella zona di singolarità, e di conseguenza anche il fattore di intensificazione H .

Un secondo risultato importante è di tipo sperimentale: per diverse geometrie di giunto (anche SLJ e DLJ) è stato dimostrato che la presenza dello smusso aumenta sensibilmente la resistenza dello stesso. A questo punto, contestualizzando il problema dal punto di vista della strain energy density, è possibile ipotizzare che il valore del SED venga notevolmente ridotto per angoli di interfaccia inferiori a 90° , a parità di

raggio di controllo e tensione in ingresso. Secondo lo studio condotto nei precedenti paragrafi questo dovrebbe teoricamente innalzare la soglia massima di tensione di trazione sopportabile dal giunto perchè il valore limite \bar{W}_R viene raggiunto con più difficoltà.

Non conoscendo tuttavia la precisa correlazione tra tensione di rottura e valori di SED in presenza di angoli raccordo o smussi, ci si limiterà per ora a considerare \bar{W}_R ricavato per lo spigolo vivo di 90° come una condizione limite da non superare per garantire la sicurezza del giunto incollato.

4.10 CONCLUSIONI E POSSIBILI SVILUPPI FUTURI

Dopo un primo capitolo introduttivo e 2 capitoli in cui si commentano i principali criteri di cedimento in statica e dinamica, si è passati nel dettaglio allo studio del criterio SED applicato alle giunzioni incollate. Allo scopo sono stati analizzati i dati derivanti da analisi numeriche, incrociandoli con i dati sperimentali ottenuti in passato sulle medesime geometrie e materiali a contatto.

Inoltre è stato condotto uno studio analitico che è basato su quello creato da Lazzarin e Zambardi per la determinazione del SED applicato a materiali metallici dotati di intagli o cricche, con le opportune modifiche del caso.

Dai risultati emersi dallo studio è chiaro che il criterio SED potrebbe essere una valida alternativa al criterio SIF per la stima della resistenza dei giunti incollati (almeno per quelli butt-joint). Infatti come visto, sembra che i provini cedano per lo stesso valore di energia mediata su un volume di controllo, il cui raggio è stato determinato mediante studio analitico-numerico.

In questo elaborato è stato considerato il caso particolare di giunzioni incollate testa a testa (butt joints), con aderenti in acciaio e adesivo una particolare resina epossidica (Epikote 828). Tuttavia esistono, come elencato in precedenza, parecchie tipologie di giunto e una moltitudine di resine diverse, ognuna con le sue proprietà di materiale.

Ciò significa che per poter verificare la validità del metodo a più ampio spettro è necessario condurre numerosi studi come quello proposto, per varie geometrie e combinazioni di materiali a contatto, e inevitabilmente il raggio di controllo R sarà diverso in ogni caso. Sempre su questo punto è importante precisare che per lo studio è necessario che l'adesivo sia fragile, ovvero che la deformazione plastica sia trascurabile, altrimenti si perde la proporzionalità diretta tra le σ_{ij} calcolate per 1 MPa di tensione in ingresso e per la tensione di rottura.

Inoltre, considerando che il metodo SED viene attualmente per lo più utilizzato per prevedere la resistenza a fatica, un possibile sviluppo futuro potrebbe essere quello di creare grafici $\Delta\bar{W} - N$ per giunti incollati. Questi potrebbero riportare in ascissa sia il numero di cicli che porta alla nucleazione della cricca (nei casi in cui è possibile deter-

minarla) oppure direttamente il numero di cicli a rottura del giunto. A tale scopo dovrebbero essere condotte molte prove dinamiche, a diversi carichi e spessori imposti.

Una complicazione dello studio deriva dal difficile controllo del raggio di fillet presente ai bordi di sovrapposizione. Infatti come visto nel paragrafo 4.9 questo riduce il grado di singolarità delle tensioni, rischiando di non rendere più confrontabili tra loro i risultati sperimentali. Come tuttavia ipotizzato, in presenza di smusso il valore di soglia \bar{W}_R ricavato per uno spigolo vivo di 90° potrebbe essere considerato il valore di SED critico al di sotto del quale sicuramente il giunto non cederà.

TABELLE RISULTATI

A.1 TABELLE DEI PROFILI TENSIONALI ACQUISITI PER I VARI SPESSORI

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	2,8286	5,2662	1,8139
3,40E-05	2,4825	4,5965	1,5946
5,37E-05	2,2129	4,0992	1,4227
7,72E-05	2,0072	3,7203	1,2914
1,01E-04	1,8617	3,4505	1,1975
1,23E-04	1,7589	3,2592	1,1316
1,49E-04	1,6672	3,0891	1,0729
1,77E-04	1,5846	2,9361	1,0203
2,09E-04	1,5096	2,7972	0,97252
2,44E-04	1,4409	2,6698	0,92881
2,84E-04	1,3773	2,5521	0,88851
3,52E-04	1,2897	2,3899	0,83316
4,63E-04	1,1859	2,1978	0,76807
6,44E-04	1,072	1,987	0,69744
8,29E-04	0,99054	1,8362	0,64761
1,06E-03	0,91634	1,6989	0,60289
1,27E-03	0,86467	1,6034	0,57219
1,62E-03	0,80096	1,4855	0,53499
2,05E-03	0,74235	1,3772	0,50145
2,44E-03	0,70164	1,3019	0,47861
2,90E-03	0,66317	1,2308	0,45732
3,66E-03	0,61585	1,1433	0,4316
4,61E-03	0,5728	1,0636	0,40853
5,80E-03	0,534	0,99183	0,38782
6,89E-03	0,50791	0,94347	0,37373
9,15E-03	0,46973	0,87257	0,3523
1,03E-02	0,45659	0,84812	0,34437
1,29E-02	0,43412	0,80609	0,32925
1,53E-02	0,42093	0,78122	0,31829
1,81E-02	0,40057	0,76147	0,30733
2,40E-02	0,38125	0,7429	0,28814
2,84E-02	0,37001	0,7326	0,27555
3,56E-02	0,40415	0,74556	0,25651
3,99E-02	0,4085	0,75265	0,24581
5,00E-02	0,42115	0,77359	0,2216

Figura 71: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 0^\circ$ (spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr}(MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$(MPa)	$\sigma_{r\theta}$(MPa)
1,75E-05	3,3139	4,5457	2,3805
3,48E-05	2,911	3,9168	2,0849
5,53E-05	2,6144	3,4543	1,8748
7,81E-05	2,3581	3,1858	1,6898
1,01E-04	2,1774	2,9887	1,5595
1,23E-04	2,0563	2,8233	1,4738
1,49E-04	1,949	2,6757	1,3975
1,77E-04	1,8526	2,5431	1,3288
2,09E-04	1,7652	2,4226	1,2666
2,44E-04	1,685	2,312	1,2096
3,05E-04	1,5755	2,1606	1,1317
4,34E-04	1,418	1,9421	1,0201
6,03E-04	1,2819	1,7522	0,92402
7,78E-04	1,1859	1,6174	0,85653
9,97E-04	1,0988	1,4944	0,79574
1,20E-03	1,039	1,4093	0,75413
1,82E-03	0,91342	1,2291	0,66749
2,30E-03	0,85005	1,1371	0,62413
3,08E-03	0,77854	1,0325	0,57545
3,66E-03	0,73917	0,97458	0,54871
4,36E-03	0,7028	0,92094	0,52398
5,17E-03	0,66877	0,87079	0,50076
6,89E-03	0,61817	0,79681	0,46571
9,15E-03	0,5743	0,7344	0,43427
1,09E-02	0,55154	0,70369	0,41703
1,36E-02	0,52485	0,67047	0,3954
1,53E-02	0,51313	0,65758	0,38507
1,92E-02	0,49292	0,6399	0,36508
2,40E-02	0,47688	0,63381	0,34545
3,18E-02	0,46231	0,64334	0,32039
3,99E-02	0,45504	0,66566	0,29889
4,23E-02	0,45391	0,67353	0,29309
5,00E-02	0,45146	0,70002	0,27519

Figura 72: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 11,25^\circ$ (spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	3,9027	3,6752	2,7148
3,55E-05	3,4766	3,0907	2,3604
5,74E-05	3,1347	2,6607	2,1048
7,96E-05	2,7948	2,539	1,9071
1,01E-04	2,5708	2,4316	1,7736
1,24E-04	2,427	2,2963	1,6759
1,49E-04	2,3002	2,1762	1,5889
1,77E-04	2,1866	2,0682	1,5108
2,09E-04	2,0835	1,97	1,4399
2,45E-04	1,9891	1,8798	1,3749
3,05E-04	1,8602	1,7563	1,2861
4,05E-04	1,7093	1,6109	1,1821
5,30E-04	1,5764	1,4817	1,0904
7,32E-04	1,4303	1,3384	0,98958
1,06E-03	1,2775	1,1864	0,88401
1,43E-03	1,1655	1,0732	0,80657
1,72E-03	1,1046	1,0108	0,76435
2,30E-03	1,0111	0,91398	0,69948
3,08E-03	0,92795	0,82662	0,64151
4,61E-03	0,82593	0,7188	0,56995
6,15E-03	0,76306	0,65321	0,52541
8,17E-03	0,7074	0,59741	0,48557
1,15E-02	0,65002	0,54609	0,44387
1,44E-02	0,61694	0,52267	0,41946
1,81E-02	0,58767	0,50922	0,39755
2,40E-02	0,55593	0,49177	0,37336
2,84E-02	0,53899	0,48231	0,36012
3,78E-02	0,51428	0,54968	0,33939
4,47E-02	0,50136	0,57859	0,32693

Figura 73: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 22,5^\circ$
(spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	5,0743	1,8209	2,622
3,39E-05	4,5742	2,2356	2,2941
5,91E-05	3,7647	1,7378	2,0485
7,50E-05	3,663	1,4362	1,8799
9,38E-05	3,4725	1,2826	1,7387
1,15E-04	3,273	1,2079	1,6388
1,39E-04	3,0971	1,1429	1,5512
1,66E-04	2,9403	1,0847	1,4729
1,96E-04	2,7988	1,032	1,4021
2,29E-04	2,6698	0,98375	1,3374
2,67E-04	2,5512	0,93921	1,2778
3,09E-04	2,4414	0,8978	1,2225
4,08E-04	2,2435	0,82265	1,1225
5,33E-04	2,0689	0,75565	1,0339
6,48E-04	1,9509	0,70983	0,97369
7,82E-04	1,8408	0,66671	0,91734
1,00E-03	1,7068	0,61349	0,84831
1,28E-03	1,5847	0,56424	0,78497
1,62E-03	1,473	0,51846	0,72655
2,05E-03	1,3705	0,4758	0,6725
2,75E-03	1,2542	0,42667	0,61056
3,09E-03	1,2108	0,40824	0,58734
4,11E-03	1,1098	0,36527	0,533
5,17E-03	1,0366	0,33446	0,49345
6,50E-03	0,96938	0,30709	0,45733
8,17E-03	0,90797	0,28362	0,42475
9,70E-03	0,86573	0,26908	0,40288
1,36E-02	0,78992	0,24858	0,36583
1,81E-02	0,7354	0,24217	0,34266
2,27E-02	0,69744	0,24604	0,33013
3,01E-02	0,65653	0,265	0,32277
3,37E-02	0,6419	0,27762	0,32237
3,99E-02	0,62162	0,30282	0,32421
4,47E-02	0,60911	0,32422	0,32698

Figura 74: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 45^\circ$ (spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	5,6907	0,4003	1,5995
3,59E-05	5,0546	0,4942	1,3755
5,81E-05	4,45	0,44654	1,2203
7,99E-05	4,0945	0,35891	1,0754
1,01E-04	3,8372	0,32842	0,99535
1,24E-04	3,6239	0,31051	0,94004
1,49E-04	3,4348	0,29409	0,89112
1,77E-04	3,2651	0,27944	0,84711
2,09E-04	3,1112	0,26608	0,80708
2,45E-04	2,9702	0,25378	0,77032
3,05E-04	2,7775	0,23688	0,71992
4,34E-04	2,5003	0,21228	0,64698
5,66E-04	2,3062	0,1948	0,59551
7,32E-04	2,1318	0,17885	0,54892
9,39E-04	1,9735	0,16414	0,50627
1,13E-03	1,8634	0,15376	0,47638
1,43E-03	1,7277	0,14074	0,43916
1,82E-03	1,6024	0,12852	0,40445
2,30E-03	1,4864	0,11703	0,37197
3,08E-03	1,3532	0,10367	0,33429
4,11E-03	1,2312	9,14E-02	0,2995
5,17E-03	1,1415	8,25E-02	0,27389
7,29E-03	1,0192	7,09E-02	0,23934
9,15E-03	0,94556	6,46E-02	0,21918
1,22E-02	0,86287	5,88E-02	0,19788
1,53E-02	0,80417	5,61E-02	0,18434
1,81E-02	0,76465	5,53E-02	0,17651
2,27E-02	0,7191	5,40E-02	0,1701
2,84E-02	0,68214	5,32E-02	0,16723
3,37E-02	0,66104	6,76E-02	0,17279
4,23E-02	0,64178	8,19E-02	0,18496
4,73E-02	0,63616	9,36E-02	0,196

Figura 75: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 68,5^\circ$
(spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	5,2456	0,10148	0,13382
3,40E-05	4,8362	8,37E-02	3,64E-02
5,37E-05	4,3549	9,52E-03	1,06E-02
7,72E-05	3,9466	6,09E-03	4,79E-03
1,01E-04	3,6586	5,21E-03	4,71E-03
1,23E-04	3,4561	5,58E-03	4,65E-03
1,49E-04	3,2763	4,73E-03	4,33E-03
1,77E-04	3,1149	4,60E-03	4,12E-03
2,09E-04	2,9685	4,35E-03	3,92E-03
2,84E-04	2,7105	3,97E-03	3,57E-03
4,34E-04	2,3868	3,50E-03	3,13E-03
6,03E-04	2,1576	3,16E-03	2,81E-03
8,29E-04	1,9569	2,88E-03	2,53E-03
1,06E-03	1,8114	2,67E-03	2,33E-03
1,52E-03	1,6139	2,41E-03	2,05E-03
2,05E-03	1,4646	2,21E-03	1,84E-03
2,75E-03	1,3274	2,04E-03	1,65E-03
4,11E-03	1,1512	1,84E-03	1,41E-03
5,80E-03	1,0134	1,70E-03	1,24E-03
7,73E-03	0,90699	1,60E-03	1,12E-03
1,03E-02	0,80772	1,52E-03	1,03E-03
1,36E-02	0,71656	1,45E-03	9,76E-04
1,92E-02	0,61855	1,38E-03	9,47E-04
2,54E-02	0,54801	1,33E-03	9,53E-04
3,37E-02	0,49068	1,23E-03	9,54E-04
3,99E-02	0,46285	2,01E-03	1,08E-03
4,47E-02	0,44882	1,81E-04	1,14E-03

Figura 76: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 90^\circ$ (spessore $h=0,12$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	4,1432	7,7134	2,6578
2,50E-05	3,8637	7,1524	2,4829
4,29E-05	3,4091	6,3132	2,191
6,44E-05	3,0745	5,6968	1,9796
9,00E-05	2,8077	5,2051	1,8066
1,23E-04	2,5785	4,7773	1,6589
1,49E-04	2,4446	4,5291	1,5729
1,77E-04	2,3243	4,3062	1,4956
2,09E-04	2,2151	4,1039	1,4254
2,44E-04	2,115	3,9185	1,3611
4,34E-04	1,7816	3,3008	1,147
5,66E-04	1,6439	3,0459	1,0588
6,44E-04	1,5805	2,9285	1,0183
7,32E-04	1,5203	2,817	0,97987
9,39E-04	1,4083	2,6096	0,90865
1,27E-03	1,2816	2,3751	0,82858
1,52E-03	1,2122	2,2466	0,78505
1,93E-03	1,1256	2,0864	0,73118
2,30E-03	1,0648	1,9738	0,69366
4,36E-03	0,86954	1,6126	0,57611
5,48E-03	0,80764	1,4981	0,54005
6,89E-03	0,75012	1,3918	0,50723
9,70E-03	0,67164	1,2467	0,4636
1,29E-02	0,61307	1,1384	0,43191
1,61E-02	0,57084	1,0603	0,40944
2,54E-02	0,49896	0,92714	0,37096
3,01E-02	0,47674	0,88586	0,35842
3,56E-02	0,4569	0,84893	0,34654
4,23E-02	0,4402	0,81775	0,33526
5,00E-02	0,42579	0,79098	0,32417

Figura 77: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 0^\circ$ (spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,50E-05	4,494	6,1809	3,2157
2,48E-05	4,2647	5,7366	3,0548
4,53E-05	3,8305	5,0599	2,7472
6,81E-05	3,4555	4,6675	2,4763
9,08E-05	3,1912	4,3798	2,2855
1,25E-04	2,9313	4,0247	2,1009
1,52E-04	2,7834	3,8219	1,9952
1,82E-04	2,6497	3,6386	1,8997
2,16E-04	2,5278	3,4714	1,8125
2,53E-04	2,4157	3,3175	1,7323
3,68E-04	2,1699	2,9799	1,5565
4,24E-04	2,0821	2,8592	1,4937
4,86E-04	1,9995	2,7456	1,4346
5,56E-04	1,9214	2,6382	1,3789
6,34E-04	1,8476	2,5364	1,3261
7,68E-04	1,7432	2,3925	1,2517
1,12E-03	1,5567	2,1345	1,1189
1,71E-03	1,3684	1,8727	0,98551
2,43E-03	1,2271	1,6749	0,88602
4,35E-03	1,0257	1,3894	0,74561
6,49E-03	0,90609	1,2172	0,66329
8,65E-03	0,83054	1,1072	0,61177
1,36E-02	0,72486	0,95173	0,54008
1,91E-02	0,65753	0,85243	0,49418
2,54E-02	0,60891	0,78165	0,46034
4,46E-02	0,53258	0,67894	0,4026

Figura 78: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 11,25^\circ$ (spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	5,7173	5,3822	3,9769
2,50E-05	5,312	5,0297	3,6621
4,61E-05	4,875	4,023	3,2537
6,88E-05	4,3109	3,7711	2,9135
9,05E-05	3,8799	3,6682	2,6747
1,24E-04	3,557	3,3661	2,4557
1,49E-04	3,3716	3,1913	2,3285
1,77E-04	3,2053	3,0343	2,2141
2,09E-04	3,0545	2,8918	2,1103
2,63E-04	2,8502	2,6986	1,9696
6,03E-04	2,2228	2,1031	1,5369
7,78E-04	2,0576	1,9454	1,4229
1,13E-03	1,8381	1,7349	1,2714
1,62E-03	1,6463	1,5493	1,139
2,17E-03	1,5044	1,4106	1,041
3,46E-03	1,3046	1,2124	0,90303
4,61E-03	1,1948	1,1014	0,82704
5,80E-03	1,1145	1,0192	0,77146
7,73E-03	1,023	0,92424	0,70795
1,36E-02	0,86586	0,75843	0,59824
1,92E-02	0,78697	0,67536	0,5426
2,69E-02	0,71876	0,60628	0,49393
4,23E-02	0,64324	0,54017	0,43906
5,00E-02	0,61877	0,52408	0,42123

Figura 79: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 22,5^\circ$
(spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr}(MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$(MPa)	$\sigma_{r\theta}$(MPa)
1,75E-05	7,4331	4,361	3,8401
2,50E-05	6,982	4,095	3,5012
4,29E-05	6,4194	3,018	2,9253
5,91E-05	5,5155	2,545	2,9005
7,50E-05	5,3665	2,1036	2,7535
1,04E-04	4,9415	1,8247	2,474
1,27E-04	4,6668	1,7231	2,337
1,52E-04	4,4234	1,6336	2,2159
1,81E-04	4,2052	1,5533	2,1071
2,12E-04	4,0073	1,4804	2,0084
3,82E-04	3,3591	1,2408	1,6842
5,33E-04	3,0338	1,1199	1,5211
7,35E-04	2,7528	1,0149	1,3799
8,85E-04	2,5996	0,95741	1,3027
1,07E-03	2,4581	0,90395	1,2313
1,53E-03	2,2009	0,80597	1,101
2,05E-03	2,0098	0,73217	1,0037
2,75E-03	1,8378	0,66465	0,91556
3,27E-03	1,7418	0,62651	0,86612
5,80E-03	1,46	0,51162	0,71916
7,29E-03	1,3614	0,47034	0,66702
9,15E-03	1,27	0,43162	0,61833
1,29E-02	1,1456	0,3785	0,55146
1,61E-02	1,0705	0,34665	0,51092
1,92E-02	1,0182	0,32495	0,48277
3,01E-02	0,89412	0,27719	0,4169
3,78E-02	0,8402	0,26013	0,3896
4,47E-02	0,80302	0,25081	0,37173
5,00E-02	0,77917	0,24622	0,36086

Figura 8o: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 45^\circ$ (spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	8,3349	0,5859	2,3421
2,50E-05	7,9792	0,69608	2,0152
4,68E-05	6,8271	0,68076	2,0127
6,94E-05	6,2081	0,55668	1,6487
9,04E-05	5,7859	0,49445	1,5007
1,24E-04	5,3082	0,45508	1,3769
1,49E-04	5,0315	0,4313	1,3056
1,77E-04	4,7835	0,41014	1,2416
2,09E-04	4,5585	0,3909	1,1835
2,45E-04	4,3526	0,37326	1,1302
3,52E-04	3,9013	0,33451	1,0132
4,05E-04	3,7423	0,32081	0,97192
4,64E-04	3,5928	0,30792	0,93307
5,30E-04	3,4519	0,29573	0,8964
6,03E-04	3,3187	0,28417	0,86168
8,30E-04	3,015	0,25769	0,78236
1,13E-03	2,7444	0,23387	0,71136
1,43E-03	2,5489	0,21648	0,65981
1,82E-03	2,369	0,20029	0,61211
2,91E-03	2,0487	0,17085	0,52633
3,66E-03	1,9055	0,15737	0,48749
4,61E-03	1,7722	0,1446	0,45097
6,89E-03	1,5601	0,1238	0,39207
8,66E-03	1,4496	0,11274	0,36097
1,09E-02	1,3463	0,10232	0,33164
1,81E-02	1,138	8,14E-02	0,27214
2,27E-02	1,0558	7,36E-02	0,24886
2,84E-02	0,97974	6,68E-02	0,22779
3,56E-02	0,91	6,13E-02	0,20924
4,47E-02	0,84679	5,74E-02	0,19363
5,00E-02	0,81753	5,60E-02	0,18669

Figura 81: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 68,5^\circ$ (spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
2,50E-05	7,4532	0,22927	8,29E-02
3,40E-05	7,0816	0,12257	5,34E-02
5,37E-05	6,3762	1,40E-02	1,56E-02
7,72E-05	5,7778	8,93E-03	7,01E-03
1,01E-04	5,3559	7,63E-03	6,90E-03
1,35E-04	4,9203	6,93E-03	6,50E-03
1,62E-04	4,672	6,95E-03	6,21E-03
1,92E-04	4,448	6,54E-03	5,89E-03
2,25E-04	4,2438	6,24E-03	5,62E-03
3,52E-04	3,7205	5,46E-03	4,92E-03
8,29E-04	2,8772	4,21E-03	3,79E-03
1,13E-03	2,6195	3,83E-03	3,44E-03
1,62E-03	2,3457	3,43E-03	3,07E-03
2,17E-03	2,1416	3,14E-03	2,78E-03
2,75E-03	1,9911	2,93E-03	2,58E-03
4,11E-03	1,7514	2,59E-03	2,24E-03
5,48E-03	1,5965	2,39E-03	2,02E-03
7,73E-03	1,425	2,17E-03	1,78E-03
1,03E-02	1,2926	2,01E-03	1,60E-03
1,92E-02	1,0305	1,72E-03	1,26E-03
2,54E-02	0,92285	1,63E-03	1,14E-03
3,18E-02	0,84202	1,56E-03	1,07E-03
4,47E-02	0,72984	1,29E-03	9,31E-04

Figura 82: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 90^\circ$ (spessore $h=0,4$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	7,252	13,501	4,6529
2,50E-05	6,7627	12,519	4,3467
4,29E-05	5,967	11,05	3,8361
6,44E-05	5,3812	9,971	3,4662
1,01E-04	4,7755	8,8507	3,0742
1,23E-04	4,5132	8,3618	2,9054
1,49E-04	4,279	7,9278	2,7549
1,77E-04	4,0687	7,5379	2,6198
2,25E-04	3,7867	7,0154	2,4384
2,25E-04	3,7867	7,0154	2,4384
2,63E-04	3,6191	6,7051	2,3306
3,05E-04	3,464	6,4177	2,2307
3,52E-04	3,3195	6,1501	2,1377
4,63E-04	3,0574	5,6644	1,9688
5,29E-04	2,9376	5,4427	1,8917
6,44E-04	2,7708	5,1336	1,7841
7,78E-04	2,6151	4,8452	1,6838
9,97E-04	2,4254	4,4938	1,5616
1,43E-03	2,1712	4,0231	1,3979
2,59E-03	1,8122	3,3583	1,1674
3,08E-03	1,7178	3,1834	1,107
4,36E-03	1,5434	2,8606	0,99584
5,48E-03	1,4372	2,664	0,92859
6,15E-03	1,3869	2,5708	0,89686
6,89E-03	1,3383	2,4808	0,86633
1,29E-02	1,0986	2,0373	0,71801
1,92E-02	0,96789	1,7955	0,63956
2,40E-02	0,89976	1,6696	0,59963
3,01E-02	0,83613	1,5519	0,56309
3,78E-02	0,7768	1,4423	0,52977
4,73E-02	0,72139	1,3402	0,49937
5,00E-02	0,70785	1,3153	0,49208

Figura 83: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 0^\circ$ (spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr}(MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$(MPa)	$\sigma_{r\theta}$(MPa)
1,75E-05	8,4975	11,653	6,1053
2,50E-05	7,8665	10,818	5,6294
4,46E-05	7,0639	9,2623	5,0662
6,60E-05	6,3467	8,4488	4,5528
1,01E-04	5,5864	7,6652	4,0017
1,23E-04	5,2767	7,2428	3,782
1,49E-04	5,0023	6,8666	3,5862
1,77E-04	4,7561	6,529	3,4102
2,44E-04	4,3281	5,9421	3,104
2,84E-04	4,1394	5,6833	2,9688
3,52E-04	3,8797	5,3271	2,7828
4,05E-04	3,7216	5,1103	2,6695
4,63E-04	3,573	4,9066	2,563
6,03E-04	3,3007	4,5329	2,3677
9,39E-04	2,8883	3,9671	2,072
1,35E-03	2,5845	3,5501	1,8543
1,82E-03	2,3593	3,2407	1,693
2,30E-03	2,1953	3,0152	1,5756
3,66E-03	1,9033	2,6129	1,3669
6,50E-03	1,5944	2,1854	1,1472
8,16E-03	1,4857	2,0341	1,0703
1,36E-02	1,2677	1,7285	0,91714
1,92E-02	1,1405	1,5482	0,82865
2,54E-02	1,0444	1,4105	0,76234
3,99E-02	0,9082	1,2131	0,66955

Figura 84: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 11,25^\circ$ (spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	10,008	9,4202	6,9615
2,50E-05	9,2986	8,8028	6,4104
4,61E-05	8,5338	7,0402	5,6955
6,88E-05	7,5465	6,5992	5,1
1,01E-04	6,5956	6,2357	4,5495
1,24E-04	6,2272	5,8906	4,2991
1,49E-04	5,9029	5,5847	4,0764
1,77E-04	5,6121	5,3102	3,8764
2,45E-04	5,1067	4,833	3,5283
2,84E-04	4,8839	4,6225	3,3747
3,52E-04	4,5774	4,3329	3,1633
3,79E-04	4,4841	4,2447	3,099
4,05E-04	4,3908	4,1566	3,0346
6,45E-04	3,8201	3,6171	2,6406
8,30E-04	3,5384	3,3507	2,4461
1,13E-03	3,2217	3,0511	2,2274
1,43E-03	2,9934	2,8349	2,0697
1,82E-03	2,7837	2,636	1,9249
2,75E-03	2,4556	2,3242	1,6984
4,11E-03	2,1683	2,05	1,5
5,17E-03	2,0205	1,9082	1,398
7,73E-03	1,7869	1,6824	1,2368
9,15E-03	1,6951	1,593	1,1735
1,15E-02	1,5806	1,4806	1,0945
1,53E-02	1,4489	1,3499	1,0037
2,69E-02	1,2187	1,1168	0,8447
3,78E-02	1,1	0,99357	0,7626
4,73E-02	1,0281	0,91789	0,71291

Figura 85: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 22,5^\circ$
(spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr}(MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$(MPa)	$\sigma_{r\theta}$(MPa)
1,75E-05	13,011	4,6659	6,7215
2,50E-05	12,222	4,5412	6,1281
4,29E-05	11,237	4,178	5,1197
5,91E-05	9,6548	4,4531	5,2516
8,44E-05	9,1499	3,484	4,6383
1,04E-04	8,6502	3,1923	4,3297
1,27E-04	8,1694	3,0145	4,0899
1,52E-04	7,7434	2,8581	3,878
2,12E-04	7,0153	2,5902	3,5149
2,48E-04	6,6984	2,4735	3,3567
3,09E-04	6,2655	2,3141	3,1404
3,56E-04	6,0039	2,2177	3,0096
4,08E-04	5,7592	2,1275	2,8872
6,48E-04	5,0108	1,8516	2,5127
7,82E-04	4,7292	1,7477	2,3717
1,13E-03	4,2264	1,5619	2,1198
1,53E-03	3,857	1,4253	1,9347
1,94E-03	3,5877	1,3254	1,7996
2,91E-03	3,1649	1,1681	1,5873
4,89E-03	2,6996	0,99336	1,3529
6,15E-03	2,5162	0,92378	1,2602
9,15E-03	2,2252	0,81204	1,1125
1,15E-02	2,0749	0,7534	1,0357
1,53E-02	1,9016	0,6848	0,94671
2,02E-02	1,7426	0,62069	0,86439
3,18E-02	1,5164	0,52708	0,7459
4,47E-02	1,367	0,46368	0,66654

Figura 86: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 45^\circ$
(spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	14,589	1,9252	4,0992
2,50E-05	13,967	1,618	3,5268
4,68E-05	11,95	1,2135	3,5221
6,94E-05	10,866	0,94379	2,8849
1,01E-04	9,8367	0,84147	2,5503
1,24E-04	9,2904	0,79592	2,409
1,49E-04	8,8059	0,75431	2,2842
1,77E-04	8,3718	0,7173	2,1721
2,45E-04	7,6177	0,6529	1,9772
2,84E-04	7,2854	0,6245	1,8912
3,52E-04	6,8282	0,58542	1,7729
4,05E-04	6,55	0,56163	1,7008
5,30E-04	6,0425	0,51821	1,5693
1,06E-03	4,8988	0,42022	1,2727
1,43E-03	4,4678	0,3832	1,1608
1,93E-03	4,082	0,34997	1,0605
2,59E-03	3,7319	0,3197	0,9694
3,66E-03	3,3548	0,28688	0,87099
5,17E-03	3,0175	0,25725	0,78262
9,15E-03	2,5301	0,2136	0,65384
1,15E-02	2,3576	0,1978	0,60781
1,61E-02	2,1199	0,17559	0,54375
1,92E-02	2,0099	0,16511	0,51382
2,40E-02	1,8711	0,15167	0,47573
3,01E-02	1,7411	0,13885	0,43969
4,73E-02	1,5049	0,11492	0,37304

Figura 87: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 68,5^\circ$ (spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	13,446	0,2602	0,34311
2,50E-05	13,046	0,40133	0,14515
4,29E-05	11,744	2,78E-02	4,17E-02
6,44E-05	10,575	2,11E-02	1,29E-02
1,01E-04	9,3724	1,34E-02	1,21E-02
1,23E-04	8,853	1,43E-02	1,19E-02
1,62E-04	8,1744	1,22E-02	1,09E-02
2,25E-04	7,4244	1,09E-02	9,84E-03
3,78E-04	6,3755	9,37E-03	8,45E-03
6,03E-04	5,5379	8,13E-03	7,33E-03
8,81E-04	4,9382	7,25E-03	6,54E-03
1,13E-03	4,5841	6,72E-03	6,07E-03
1,43E-03	4,2604	6,24E-03	5,64E-03
2,44E-03	3,6247	5,31E-03	4,79E-03
2,90E-03	3,436	5,03E-03	4,54E-03
3,66E-03	3,2013	4,68E-03	4,22E-03
4,89E-03	2,9319	4,29E-03	3,86E-03
6,15E-03	2,7327	4,00E-03	3,59E-03
8,16E-03	2,5022	3,66E-03	3,27E-03
1,36E-02	2,1342	3,13E-03	2,76E-03
1,81E-02	1,9511	2,88E-03	2,51E-03
2,69E-02	1,7176	2,56E-03	2,18E-03
3,56E-02	1,5642	2,34E-03	1,96E-03
4,47E-02	1,4489	2,02E-03	1,71E-03

Figura 88: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 90^\circ$ (spessore $h=2$ mm)

r (mm)	σ_{rr}(MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$(MPa)	$\sigma_{r\theta}$(MPa)
1,75E-05	13,12	23,472	8,293
3,40E-05	11,467	20,428	7,2736
5,37E-05	10,188	18,159	6,4692
7,72E-05	9,2182	16,44	5,8579
1,01E-04	8,5336	15,219	5,4213
1,23E-04	8,0519	14,355	5,1156
1,49E-04	7,623	13,59	4,8437
1,77E-04	7,238	12,904	4,5998
2,25E-04	6,7228	11,985	4,2731
2,63E-04	6,4173	11,44	4,0793
3,05E-04	6,1348	10,937	3,8999
3,78E-04	5,7492	10,249	3,655
4,63E-04	5,3959	9,6198	3,4306
6,03E-04	4,974	8,8677	3,1624
6,85E-04	4,7799	8,5217	3,039
1,06E-03	4,1741	7,4419	2,6539
1,43E-03	3,797	6,7698	2,4141
1,82E-03	3,5243	6,2837	2,2408
2,30E-03	3,2734	5,8366	2,0814
3,26E-03	2,933	5,2299	1,8652
4,89E-03	2,5833	4,6067	1,6434
6,50E-03	2,3596	4,2079	1,5017
7,73E-03	2,2355	3,9868	1,4233
1,03E-02	2,0423	3,6425	1,3015
1,22E-02	1,9349	3,4512	1,2341
2,02E-02	1,6441	2,9331	1,0524
2,69E-02	1,5018	2,6795	0,96431
3,18E-02	1,4219	2,5371	0,91514
3,78E-02	1,3464	2,4027	0,86906
4,73E-02	1,2511	2,2334	0,81128
5,00E-02	1,2277	2,192	0,79729

Figura 89: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 0^\circ$
(spessore $h=7,5$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	15,314	20,209	10,775
3,48E-05	13,391	17,357	9,3995
5,53E-05	11,988	15,259	8,4239
7,81E-05	10,79	14,041	7,5778
1,11E-04	9,6463	12,757	6,7745
1,35E-04	9,1165	12,056	6,4046
1,62E-04	8,6444	11,433	6,0741
1,92E-04	8,2187	10,87	5,7759
2,44E-04	7,6529	10,122	5,3792
2,84E-04	7,3102	9,6693	5,1387
3,28E-04	6,9924	9,2493	4,9157
4,05E-04	6,5531	8,6686	4,6073
4,63E-04	6,2846	8,3136	4,4187
5,29E-04	6,0318	7,9793	4,2411
6,03E-04	5,793	7,6637	4,0733
7,32E-04	5,4596	7,2229	3,8391
8,30E-04	5,2503	6,9461	3,692
9,39E-04	5,0511	6,6827	3,552
1,27E-03	4,5913	6,0748	3,2288
1,82E-03	4,1043	5,4307	2,8865
2,90E-03	3,5428	4,6879	2,492
3,46E-03	3,3549	4,4392	2,36
4,89E-03	3,0089	3,9811	2,1172
6,89E-03	2,7001	3,5717	1,9005
9,15E-03	2,4672	3,2628	1,7375
1,22E-02	2,2555	2,9814	1,5894
1,61E-02	2,0614	2,723	1,454
2,15E-02	1,8847	2,487	1,331
2,84E-02	1,7226	2,27	1,2186
3,78E-02	1,5749	2,0716	1,1166
4,23E-02	1,5194	1,9968	1,0784
4,73E-02	1,4657	1,9243	1,0416
5,00E-02	1,4392	1,8886	1,0236

Figura 90: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 11,25^\circ$
(spessore $h=7,5$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	17,936	16,297	12,213
3,55E-05	15,901	13,667	10,569
5,74E-05	14,283	11,723	9,3887
7,96E-05	12,717	11,164	8,4932
1,01E-04	11,683	10,677	7,8894
1,24E-04	11,013	10,07	7,4436
1,49E-04	10,424	9,5331	7,0478
1,77E-04	9,897	9,0517	6,6926
2,26E-04	9,1915	8,4074	6,2171
3,05E-04	8,3866	7,6721	5,6739
4,05E-04	7,6911	7,0365	5,2041
6,03E-04	6,7989	6,2208	4,6011
9,40E-04	5,9281	5,4247	4,0123
1,20E-03	5,4924	5,0263	3,7176
1,62E-03	4,9993	4,5753	3,3841
2,91E-03	4,1581	3,8054	2,8151
4,11E-03	3,7283	3,4115	2,5244
5,80E-03	3,3452	3,06	2,2654
8,17E-03	3,0028	2,7452	2,0339
1,22E-02	2,6488	2,4187	1,7947
1,92E-02	2,2955	2,0911	1,5561
2,54E-02	2,099	1,9078	1,4235
3,56E-02	1,886	1,7078	1,2798
4,23E-02	1,7882	1,6154	1,2138
5,00E-02	1,6942	1,5268	1,1512
4,23E-02	1,6938	1,5831	1,1743
5,00E-02	1,6072	1,4987	1,1153

Figura 91: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 22,5^\circ$ (spessore $h=7,5$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	23,066	8,0227	11,715
3,39E-05	20,71	6,769	9,7525
5,10E-05	18,41	6,6744	8,9714
6,70E-05	16,776	6,9685	8,7024
8,44E-05	16,073	5,9566	7,9983
1,04E-04	15,165	5,4479	7,4519
1,27E-04	14,299	5,1361	7,0281
1,52E-04	13,533	4,8622	6,6541
1,96E-04	12,523	4,5003	6,1597
2,29E-04	11,932	4,2881	5,8698
2,67E-04	11,388	4,0933	5,6034
3,32E-04	10,653	3,8294	5,2423
4,38E-04	9,7787	3,5155	4,8129
6,07E-04	8,8251	3,1731	4,3442
8,85E-04	7,8429	2,8202	3,8612
1,44E-03	6,7367	2,4226	3,317
1,94E-03	6,1395	2,2079	3,0232
2,45E-03	5,7037	2,051	2,8087
3,27E-03	5,205	1,8714	2,5632
4,36E-03	4,7545	1,7089	2,3414
6,90E-03	4,1158	1,4779	2,0266
9,15E-03	3,7618	1,3494	1,852
1,22E-02	3,44	1,232	1,693
1,71E-02	3,0899	1,1036	1,5198
2,40E-02	2,7758	0,9875	1,364
3,56E-02	2,4494	0,86557	1,2015
4,47E-02	2,2808	0,80192	1,1172
3,56E-02	2,3409	0,84987	1,1694
4,23E-02	2,2225	0,80404	1,1091
4,73E-02	2,1456	0,77434	1,0699
5,00E-02	2,1073	0,75962	1,0504

Figura 92: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 45^\circ$ (spessore $h=7,5$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	25,648	1,7281	7,1297
3,59E-05	22,729	2,1707	6,0828
5,81E-05	19,94	1,953	5,5154
7,99E-05	18,293	1,5666	4,7306
1,01E-04	17,111	1,4314	4,3702
1,24E-04	16,134	1,3518	4,1215
1,49E-04	15,27	1,2792	3,9021
1,77E-04	14,497	1,2147	3,7054
2,26E-04	13,463	1,1282	3,4421
3,05E-04	12,283	1,0296	3,1414
3,79E-04	11,511	0,96492	2,9441
5,66E-04	10,163	0,85209	2,6
7,78E-04	9,2006	0,77145	2,354
1,06E-03	8,3567	0,70073	2,1383
1,35E-03	7,7476	0,64966	1,9826
2,05E-03	6,8005	0,5702	1,7404
2,75E-03	6,2056	0,52022	1,5882
3,46E-03	5,7695	0,48354	1,4766
4,61E-03	5,2691	0,44137	1,3484
6,15E-03	4,8156	0,40304	1,2322
8,66E-03	4,3233	0,36126	1,1058
1,15E-02	3,9517	0,32955	1,0102
1,61E-02	3,5487	0,2949	0,90628
2,27E-02	3,1867	0,26344	0,81255
2,84E-02	2,9658	0,24406	0,75514
3,99E-02	2,6622	0,21712	0,67587
4,73E-02	2,5219	0,20436	0,63877
5,00E-02	2,3916	0,19769	0,61412

Figura 93: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 68,5^\circ$
(spessore $h=7,5$ mm)

r (mm)	σ_{rr} (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
1,75E-05	23,47	-0,48525	0,62977
3,40E-05	21,6	-0,40223	0,17178
5,37E-05	19,399	-4,36E-02	5,02E-02
7,72E-05	17,527	-2,83E-02	2,24E-02
1,01E-04	16,211	-2,39E-02	2,19E-02
1,23E-04	15,288	-2,57E-02	2,14E-02
1,49E-04	14,47	-2,17E-02	1,99E-02
1,77E-04	13,738	-2,11E-02	1,90E-02
2,63E-04	12,177	-1,86E-02	1,68E-02
3,52E-04	11,141	-1,70E-02	1,54E-02
4,63E-04	10,238	-1,56E-02	1,41E-02
7,32E-04	8,8944	-1,35E-02	1,23E-02
9,97E-04	8,0712	-1,23E-02	1,11E-02
1,35E-03	7,3432	-1,12E-02	1,01E-02
1,82E-03	6,6886	-1,02E-02	9,22E-03
2,75E-03	5,8826	-8,94E-03	8,10E-03
3,66E-03	5,3704	-8,16E-03	7,40E-03
4,61E-03	4,9957	-7,59E-03	6,88E-03
5,80E-03	4,6483	-7,06E-03	6,40E-03
7,29E-03	4,3259	-6,57E-03	5,95E-03
1,15E-02	3,7478	-5,69E-03	5,15E-03
1,44E-02	3,4886	-5,30E-03	4,79E-03
1,81E-02	3,2471	-4,93E-03	4,45E-03
2,40E-02	2,9686	-4,52E-03	4,06E-03
3,18E-02	2,7121	-4,15E-03	3,70E-03
4,47E-02	2,4323	-3,39E-03	3,15E-03
5,00E-02	2,2767	3,43E-03	3,49E-03

Figura 94: σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, e $\sigma_{r\theta}$ acquisite lungo il path posizionato a $\theta = 90^\circ$ (spessore $h=7,5$ mm)

BIBLIOGRAFIA

-
- [1] G. Sala, L. Di Leandro, A. Airoidi, P. Bettini, "tecniche di giunzione continua dei materiali compositi: incollaggio e sigillatura". Dipartimento di ingegneria aerospaziale-Politecnico di Milano, Pp. 1-11 (2006).
 - [2] A. V. Pocius, "Adhesion and Adhesive Technology". Pp. 4-12 (1997).
 - [3] Margareta Ring Groth, "Adhesive Bonding and Weldbonding of Stainless Steel". Department of Materials and Manufacturing Engineering, Pp. 1-13 (1998).
 - [4] LOCTITE - The LOCTITE Design Guide for Bonding Metals, Volume 6.
 - [5] R. Quispe, W. Portilho de Paiva, P. Sollero, M. Ricardo Bertoni Rodrigues, "Failure criteria for adhesively bonded joints", International Journal of Adhesion Adhesives, Pp. 26-31 (2012).
 - [6] M. Quaresimin, M. Ricotta, "Fatigue behaviour and damage evolution of single lap bonded joints in composite material". Composites Science and Technology 66 (2006) Pp. 176-187 (2006).
 - [7] A. Spaggiari, Tesi: "Efficient modelling of complex adhesively bonded structures by standard finite element techniques". Dipartimento di ingegneria-Università di Modena e Reggio Emilia, Relatore: Prof. Antonio Strozzi, Pp. 30-34.
 - [8] G. Dean, L. Crocker, "The Use of Finite Element Methods for Design with Adhesives". Materials Centre National Physical Laboratory, No 48, Pp. 5-13 (2001).
 - [9] A. Pirondi, F. Moroni, "Comparative Study of Cohesive Zone and Virtual Crack Closure Techniques for Three-Dimensional Fatigue Debonding". The Journal of Adhesion (Marzo 2014).
 - [10] A.R. Akisanya, C.S. Meng, "Initiation of fracture at the interface corner of bi-material joints". Journal of the Mechanics and Physics of Solids 51, Pp. 27-42 (2003).

- [11] P. Lazzarin, M. Quaresimin, P. Ferro, "A two-term stress function approach to evaluate stress distributions in bonded joints of different geometries". Department of Management and Engineering, University of Padova, Vicenza, Pp.13–27 (2002).
- [12] S. Jimenez, R. Duddu, "On the parametric sensitivity of cohesive zone models for high-cycle fatigue delamination of composites". International Journal of Solids and Structures, Pp. 111–124 (2016).
- [13] M. M. AbdelWahab, "Fatigue in Adhesively Bonded Joints: A Review". International Scholarly Research Network, Pp. 1-9 (2012).
- [14] D. A. Dillard, "Advances in structural adhesive bonding". Woodhead Publishing Limited, Pp. 332-342 (2010).
- [15] N. Nodaa, F. Rena, R. Takakia, Z. Wanga, K. Odab, T. Miyazakic, Y. Sanoa, "Intensity of singular stress field over the entire bond line thickness range useful for evaluating the adhesive strength for plate and cylinder butt joints". International Journal of Adhesion and Adhesives, Pp.234–250 (2018).
- [16] E.D. Reedy Jr., "Cohesive zone finite element analysis of crack initiation from a butt joint's interface corner". International Journal of Solids and Structures 51, Pp. 4336–4344 (2014).
- [17] Y. Suzuki, "Adhesive tensile strengths of scarf and butt joints of steel plates". Bulletin of JSME Vol. 28, No. 245 (1985).
- [18] P. Weißgraeber, W. Becker, "Finite Fracture Mechanics model for mixed mode fracture in adhesive joints". Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Strukturmechanik, Hochschulstraße (30 January 2013).
- [19] A. Mintzas, D. Nowell, "Validation of an Hcr-based fracture initiation criterion for adhesively bonded joints". Engineering Fracture Mechanics 80, Pp.13–27 (2012).
- [20] Paolo Ferro, tesi: "Studio delle distribuzioni di tensione in giunti incollati di diverso tipo". Dipartimento di ingegneria dei materiali - Università degli studi di Ferrara, Relatore: Prof. P. Lazzarin (1999).
- [21] E.D. Reedy Jr, "Connection between interface corner and interfacial fracture analyses of an adhesively-bonded butt joint". International Journal of Solids and Structures 37 (2000) , Pp. 2429-2442 (2000).
- [22] A. Barroso, J. C. Marín, V. Mantic, F. Paris, "Premature fai-

lures in standard test specimens with composite materials induced by stress singularities in adhesive joints". International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 97 (2002).

[23] L.D.C. Ramalho, R.D.S.G. Campilho, J. Belinha, L.F.M. da Silva, "Static strength prediction of adhesive joints: A review". International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 96.